

Exercice 1
Série 5

```
vecA := matrix([2,0,3]):  
vecB := matrix([0,4,2]):  
vecC := matrix([-1,2,5]):
```

(a)

```
linalg::crossProduct(vecA, vecB)  

$$\begin{pmatrix} -12 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

```

```
linalg::crossProduct(vecA, vecC)  

$$\begin{pmatrix} -6 \\ -13 \\ 4 \end{pmatrix}$$

```

```
linalg::crossProduct(vecB, vecC)  

$$\begin{pmatrix} 16 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

```

```
linalg::crossProduct(vecA+vecB, vecB)  

$$\begin{pmatrix} -12 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

```

```
linalg::crossProduct(2*vecA, -3*vecB)  

$$\begin{pmatrix} 72 \\ 24 \\ -48 \end{pmatrix}$$

```

```
linalg::crossProduct(vecA+vecB, vecA-vecB)  

$$\begin{pmatrix} 24 \\ 8 \\ -16 \end{pmatrix}$$

```

```
linalg::crossProduct(linalg::crossProduct(vecA, vecB), vecC)  

$$\begin{pmatrix} -36 \\ 52 \\ -28 \end{pmatrix}$$

```

```
linalg::crossProduct(vecA, linalg::crossProduct(vecB, vecC))
```

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 40 \\ -4 \end{pmatrix}$$

(b) Les deux derniers calculs du point (a) montrent que le produit vectoriel n'est pas associatif.

En dimension trois, on peut traiter le cas général:

```
vecU := matrix([u_1, u_2, u_3]):
vecV := matrix([v_1, v_2, v_3]):
vecW := matrix([w_1, w_2, w_3]):
```

```
vecR_1 := expand(linalg::crossProduct(linalg::crossProduct(vecU, vecV), vecW))
```

$$\begin{pmatrix} u_2 \cdot v_1 \cdot w_2 - u_1 \cdot v_2 \cdot w_2 - u_1 \cdot v_3 \cdot w_3 + u_3 \cdot v_1 \cdot w_3 \\ u_1 \cdot v_2 \cdot w_1 - u_2 \cdot v_1 \cdot w_1 - u_2 \cdot v_3 \cdot w_3 + u_3 \cdot v_2 \cdot w_3 \\ u_1 \cdot v_3 \cdot w_1 - u_3 \cdot v_1 \cdot w_1 + u_2 \cdot v_3 \cdot w_2 - u_3 \cdot v_2 \cdot w_2 \end{pmatrix}$$

```
vecR_2 := expand(linalg::crossProduct(vecU, linalg::crossProduct(vecV, vecW)))
```

$$\begin{pmatrix} u_2 \cdot v_1 \cdot w_2 - u_2 \cdot v_2 \cdot w_1 + u_3 \cdot v_1 \cdot w_3 - u_3 \cdot v_3 \cdot w_1 \\ u_1 \cdot v_2 \cdot w_1 - u_1 \cdot v_1 \cdot w_2 + u_3 \cdot v_2 \cdot w_3 - u_3 \cdot v_3 \cdot w_2 \\ u_1 \cdot v_3 \cdot w_1 - u_1 \cdot v_1 \cdot w_3 - u_2 \cdot v_2 \cdot w_3 + u_2 \cdot v_3 \cdot w_2 \end{pmatrix}$$

```
vecR_1-vecR_2
```

$$\begin{pmatrix} u_2 \cdot v_2 \cdot w_1 - u_1 \cdot v_2 \cdot w_2 - u_1 \cdot v_3 \cdot w_3 + u_3 \cdot v_3 \cdot w_1 \\ u_1 \cdot v_1 \cdot w_2 - u_2 \cdot v_1 \cdot w_1 - u_2 \cdot v_3 \cdot w_3 + u_3 \cdot v_3 \cdot w_2 \\ u_1 \cdot v_1 \cdot w_3 - u_3 \cdot v_1 \cdot w_1 + u_2 \cdot v_2 \cdot w_3 - u_3 \cdot v_2 \cdot w_2 \end{pmatrix}$$

On voit bien que la différence des deux produits vectoriels n'est pas le vecteur nul.