

$$a) \begin{pmatrix} m \\ -2 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} m \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow 3m = 10 \Leftrightarrow m = \frac{10}{3}$$

$$b) \vec{a} + k \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2k \\ k \\ 4k \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+2k \\ 2+k \\ -3+4k \end{pmatrix}$$

Il faut que $\begin{pmatrix} 1+2k \\ 2+k \\ -3+4k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$

$$\Leftrightarrow (1+2k) \cdot 6 + (2+k) \cdot (-5) + \underbrace{(-3+4k) \cdot 0}_{0} = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 + 12k - 20 - 5k = 0$$

$$\Leftrightarrow 7k - 14 = 0 \Leftrightarrow 7k = 14 \Leftrightarrow k = \frac{2}{1}$$

$$c) \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\text{Si } \vec{u} \perp \vec{w}, \text{ on a } \vec{u} \cdot \vec{w} = 0$$

$$\text{et donc } \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow x + 3y = 0$$

$$\text{Si } \vec{v} = k\vec{u} + \vec{w}, \text{ alors}$$

$$\begin{pmatrix} -3 \\ 11 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\text{et donc } -3 = k + x$$

$$11 = 3k + y$$

$$\Rightarrow k = -x-3 \text{ et } M = 3(-x-3)+y$$

Ainsi;

$$\begin{cases} -3x+y=20 \\ x+3y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x+y=20 \\ 3x+9y=0 \end{cases}$$

$$10y=20, \quad y=2 \text{ et } x=-6$$

Finalement, $\vec{w} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $k = 6-3=3$

$$d) \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} = 0 \text{ et } \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 20 \\ 9 \end{pmatrix} = 0$$

$$28+32+86=0$$

$$-35+202+96=0$$

$$32+86=-28$$

$$602+1606=-560$$

$$202+96=35$$

$$602+276=105$$

$$1336 = -665$$

$$b = -5 \quad \Rightarrow \quad 32 - 8 \cdot 5 = -28$$

$$32 = -28 + 40$$

$$32 = 12$$

$$2 = 4$$

On doit avoir $2 = 4$ et $b = -5$