

On montre en premier que ABCD est
une figure plane: $A \longrightarrow B$

Si ABCD est un
rectangle, il faut
que $\vec{AB} = \vec{DC}$. $D \longrightarrow C$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 - (-4) \\ 1 - 5 \\ 5 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DC} = \begin{pmatrix} 5 - 2 \\ 5 - 9 \\ 4 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

C'est le cas. Reste à voir que

$\vec{AD} \perp \vec{DC}$, ce qui implique $\vec{AB} \perp \vec{BC}$

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} 2 - (-4) \\ 9 - 5 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{DC} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix} = 18 - 16 - 2 = 0$$

On a bien $\vec{AD} \perp \vec{DC}$ et ABCD
est un rectangle.