$\boxed{6.14}$

$\square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square$

$\underbrace{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{8!} = \underline{40320}$

$\boxed{6.15}$

MERCI :

5 symboles différents

$\square\ \square\ \square\ \square\ \square$

$\underbrace{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{5!} = \underline{120}$

ENTENTE :

E N T
E N T
E

Si tous les symboles étaient <u>distincts</u>:

$E_1 N_1 T_1 E_2 N_2 T_2 E_3$

$\boxed{6.15}$ (suite)

$\square \ \square \ \square \ \square \ \square \ \square \ \square$

$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7!$

Mais on a 3 fois la lettre E...

($E_1 E_2 E_3$)

Il y a donc $3!$ façons de disposer les trois E pour chacune des $7!$ solutions du problème avec 7 symboles distincts.

On doit donc "éliminer" ces solutions comptées $3!$ fois:

Il y a donc $\frac{7!}{3!}$ "mots" formés avec les symboles $E N_1 T_1 E N_2 T_2 E$

$\boxed{6.15}$ (suite)

Ce qui nous fait

$$\frac{7!}{3!} = \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot\cancel{3!}}{\cancel{3!}} = \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{1}$$

$$= 7\cdot6\cdot5\cdot4$$

Il nous reste à "éliminer" les mots comptés une deuxième fois à cause des deux T et des deux N :

$$\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4}{2!\,2!} = \frac{7\cdot3\cdot5\cdot2}{1} = 210$$

Il y a donc $\frac{7!}{3!\,2!\,2!} = 210$ possibilités

6.16

a) $\square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square\ \square$

$12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Il y a donc <u>479 001 600</u> possibilités

b) Les tomes 1 & 2 sont collés. Il n'y a plus que "11 dictionnaires".

Il y a donc $11! =$ <u>39 916 800</u> possibilités.

c) On peut coller 1 & 2 de <u>deux</u> façons : $\boxed{1 \mid 2}$ ou $\boxed{2 \mid 1}$

Il y a donc $2 \cdot 11!$ possibilités, soit

<u>79 833 600</u>

6.17

$$\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square$$

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 9!$$

Il y a $9! = 362\,880$ nombres possibles

6.18

a)

$$\overbrace{\underbrace{\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square}_{\text{7! façons de permuter les membres du groupe de 7.}} \;\Big|\; \underbrace{\square\,\square\,\square}_{\text{3! façons de permuter ceux du groupe de 3.}}}^{\text{10! façons de permuter tout le monde}}$$

$$\frac{10!}{7!\,3!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} = 120$$

б) $\underbrace{\square\square\square\square\square}_{5} \Big| \underbrace{\square\square\square}_{3} \Big| \underbrace{\square\square}_{2}$

$$\frac{10!}{5!\,3!\,2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot \overset{4}{\cancel{8}} \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{6} \cdot \cancel{2}} = 2520$$

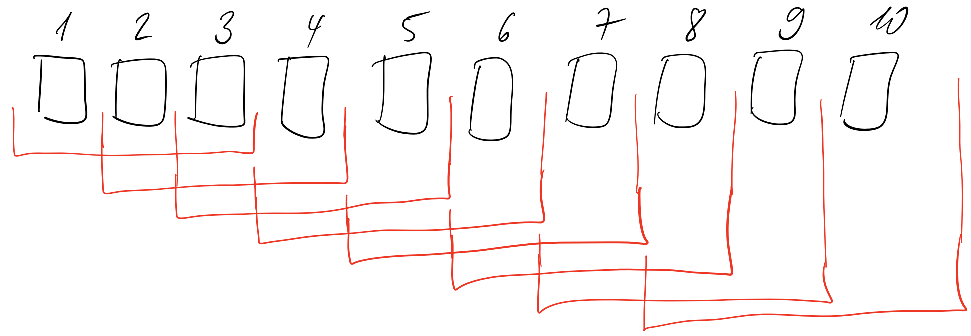
$\boxed{6.19}$

$$\frac{12!}{3!\;4!\;5!} = 27\,720$$

$\boxed{6.20}$

а) $10! = 3\,628\,800$

b)



Il y a 8 façons de placer P_1, P_2 et J dans la colonne.

Il reste à les permuter et à permuter les 7 autres :

$$8\cdot 3!\cdot 7! = 241\,920$$

On peut aussi considérer le groupe de 3, après permutation, comme une seule personne : on permute « 8 participants » :

$3!\cdot 8!$ (idem)

c) $\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square\,\square$

$$\underset{\text{Placer le 1er } \cancel{\text{PPJ}}}{7} \cdot \underbrace{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}_{\text{Placer les 8 derniers, y compris PPJ}} \cdot \underset{\text{Placer le dernier } \cancel{\text{PPJ}}}{6} = 42 \cdot 8!$$

$$= 1693440$$

$\boxed{6.21}$

a)

$$\frac{\overset{\text{Aligner 7 jetons, tous différents}}{7!}}{\underset{\text{Deux (1)}}{2!}\;\underset{\text{Trois (2)}}{3!}\;\underset{\text{Deux (3)}}{2!}} = 210$$

b) $1\ 1\ \underbrace{\square\square\square\square\square}$

$$\frac{5!}{3!\,2!} = 10$$

$1\ 2\ \underbrace{\square\square\square\square\square}$

$$\frac{5!}{1!\,2!\,2!} = 30$$

En tout, 40 nombres sont inférieurs à 1 300 000.