On calcule le volume comme suit :

$$\underbrace{(20-2x)}_{\text{largeur}} \cdot \underbrace{(32-2x)}_{\text{longueur}} \cdot \underbrace{x}_{\text{hauteur}} = V(x)$$

$$\Rightarrow V(x) = x\left(640 - 40x - 64x + 4x^2\right)$$

$$= x\left(4x^2 - 104x + 640\right) = 4x\left(x^2 - 26x + 160\right)$$

$$= 4x\left(x-16\right)\left(x-10\right) = 4\left(x^3 - 26x^2 + 160x\right)$$

Pour trouver le volume maximum, il faut étudier la croissance de $V(x)$.

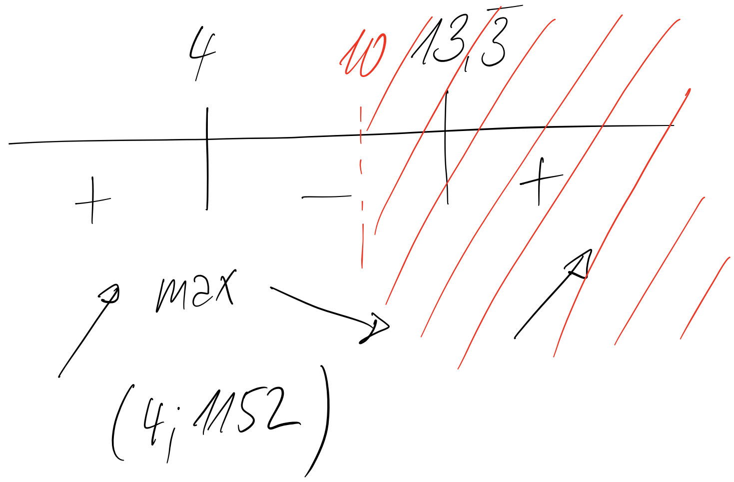
$$V'(x) = 4\left(3x^2 - 52x + 160\right)$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{52 \pm \sqrt{52^2 - 4 \cdot 3 \cdot 160}}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{80}{6} \;/\; x = \frac{24}{6} = 4$$

Signe de $V'$ :

$$\boxed{\begin{array}{l} x \leq 10 \text{ car} \\ 20-2x \geq 0 \end{array}}$$




D'après ce qui précède, la boîte est de volume maximal pour $x = 4$.