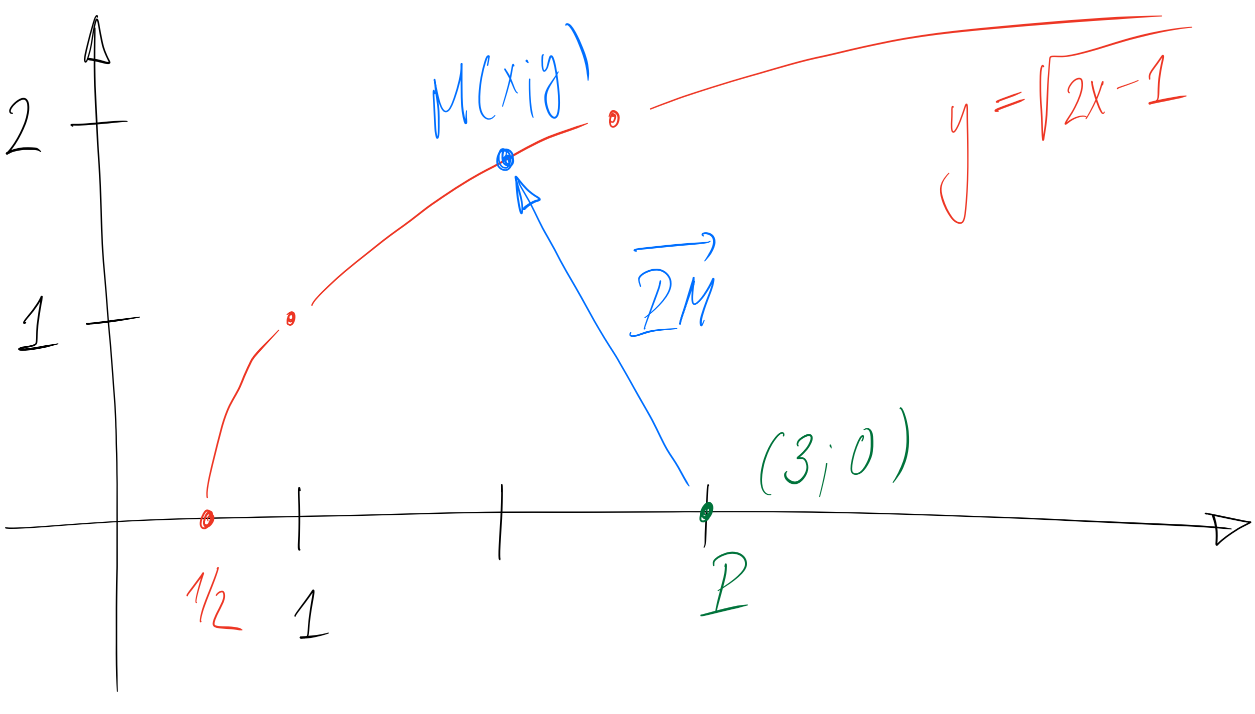
Il nous faut une esquisse de la courbe $y = \sqrt{2x-1}$

$(x;y)$ est sur la courbe ssi

① $y^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}$

② $y > 0$



Soit $M(x;y)$ sur $y=\sqrt{2x-1}$.

La distance de P à M est donnée par la norme du vecteur $\vec{PM}$:

$$\|\vec{PM}\| = \left\| \begin{pmatrix} x-3 \\ y \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{(x-3)^2+y^2}$$

Vu que $a^2 < b^2 \Leftrightarrow a < b \quad \forall a,b>0$,

on peut chercher le minimum de la distance au carré : $\|\vec{PM}\|^2 = (x-3)^2+y^2$

Vu que M est sur $y=\sqrt{2x-1}$, on peut écrire : $y^2=2x-1$

Ainsi, $\|\overrightarrow{PM}\|^2 = d(x) = (x-3)^2 + 2x - 1$

$$d(x) = x^2 - 6x + 9 + 2x - 1$$

$$= x^2 - 4x + 8$$

Etudions la croissance de d :

$d'(x) = 2x - 4$

$d'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x		2	
$d'(x)$	$-$	0	$+$
d	$\searrow$	min $(2;4)$	$\nearrow$

Le carré de la distance est minimal pour $x = 2$ et cette distance vaut 2.

Le point cherché est $M(2;\sqrt{3})$