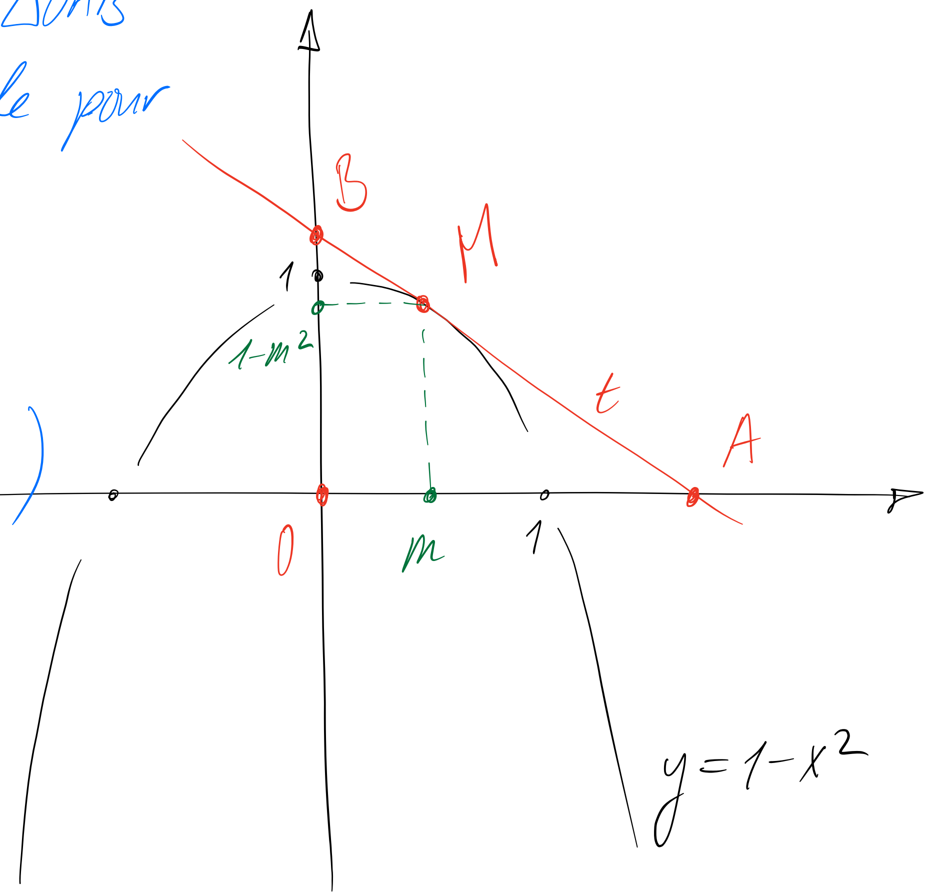
L'aire du ΔOAB est minimale pour $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Dans ce cas $M\left(\frac{\sqrt{3}}{3} ; \frac{2}{3}\right)$



$M(m ; 1-m^2)$ avec $m \in \mathbb{R}_+^*$

On trouve l'équation de la tangente à γ par M:

La pente vaut $-2m$, car $(1-x^2)' = 0-2x$.

L'équation de t est donc:

$$y = -2m \cdot x + h$$

Vu que M est sur t, on doit avoir :

$$1-m^2 = -2m \cdot m + h$$

$$\Leftrightarrow h = 1+m^2$$

Finalement : t : $y = -2m \cdot x + 1 + m^2$

Les coordonnées de B sont donc $(0 ; 1+m^2)$
et celles de A se calculent comme suit :

$$y=0 \Rightarrow 0 = -2m x + 1 + m^2$$

$$\Leftrightarrow 2mx = 1+m^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1+m^2}{2m}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{1+m^2}{2m} ; 0\right)$$

L'aire du triangle OAB est donc :

$$(1+m^2)\cdot\frac{1+m^2}{2m}\cdot\frac{1}{2}=\frac{(1+m^2)^2}{4m}=f(m)$$

$$f'(m)=\frac{2(1+m^2)\cdot 2m\cdot 4m-(1+m^2)^2\cdot 4}{16m^2}$$

$$=\frac{(1+m^2)(16m^2-4-4m^2)}{16m^2}=\frac{(1+m^2)(12m^2-4)}{16m^2}$$

$$f'(m)=0 \iff m^2=\frac{1}{3} \iff m=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Seul $m=\sqrt{3}/3$ nous intéresse.

m	0		$0{,}58$	
$f'(m)$	$\Vert$	$-$	0	$+$
		$\searrow$	min	$\nearrow$

C'est un minimum