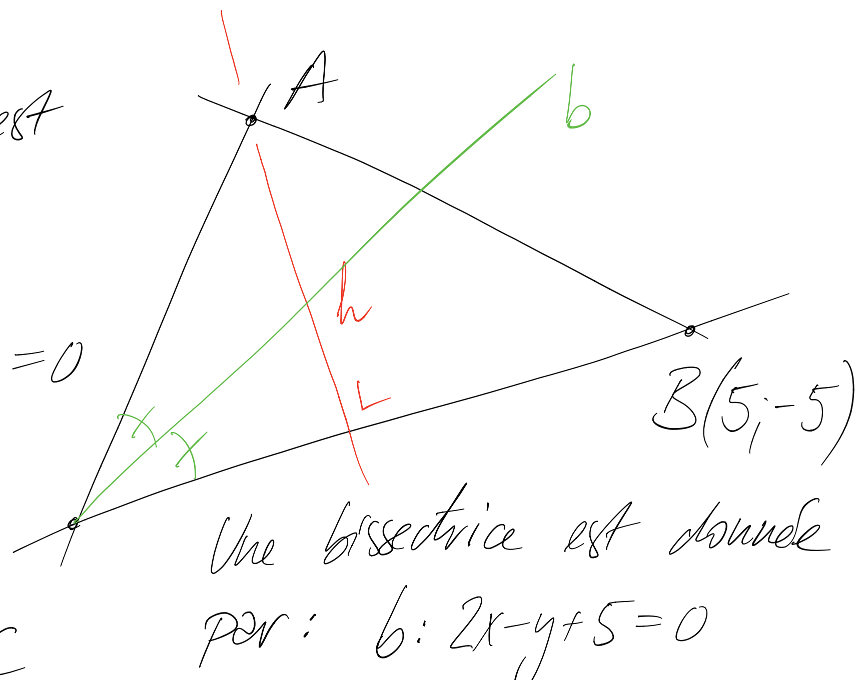
Une hauteur est donnée par

$h: 3x-4y+27=0$



Une bissectrice est donnée par : $b: 2x-y+5=0$

$\boxed{B \overset{?}{\in} h:}$ $3\cdot 5-4\cdot(-5)+27=35+27\neq 0$

$\Rightarrow$ B n'est pas sur h

$\boxed{B \overset{?}{\in} b:}$ $2\cdot 5-(-5)+5=10+5+5\neq 0$

$\Rightarrow$ B n'est pas sur b

On peut donc supposer, sans restreindre la généralité, que A est sur h et que C est sur b.

Pour trouver les coordonnées du point C, on utilise les faits suivants :

- $C \in d_{BC}$
- $d_{BC} \perp h$ par B

$d_{BC} : 4x + 3y + k = 0$ par $B(5;-5)$

$\Rightarrow 4 \cdot 5 + 3 \cdot (-5) + k = 0 \Leftrightarrow k = -5$

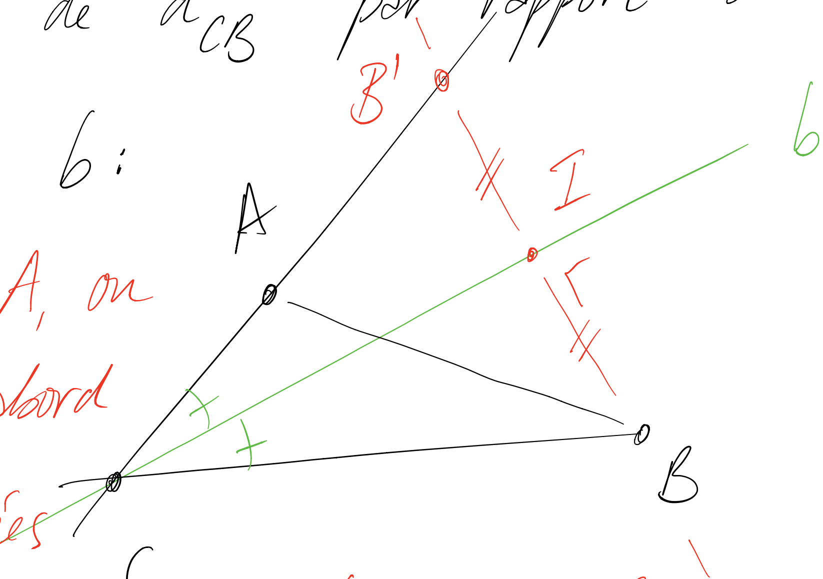
$\Rightarrow \boxed{d_{BC} : 4x + 3y - 5 = 0}$

$d_{BC} \cap b$ donne C :

$$\begin{cases} 4x + 3y - 5 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow C(-1;3)$

Pour trouver les coordonnées de A, on utilise le fait que d_{CA} est la droite symétrique de d_{CB} par rapport à la bissectrice b :



Pour trouver A, on calcule d'abord les coordonnées du point B', le symétrique de B relativement à b. Le point B' étant sur la droite d_{CA}, cela nous permet d'obtenir l'équation de celle-ci.

Il suffit enfin de calculer $b \cap d_{CA}$ pour trouver les coordonnées de A.

Soit $d_\perp$ la perpendiculaire à b passant par B :

$d_\perp : x + 2y + k = 0$ par $(5 ; -5)$

$\Rightarrow 5 - 10 + k = 0 \Leftrightarrow k = 5$

$\Rightarrow d_\perp : x + 2y + 5 = 0$

$I \in d_\perp \cap b$:

$$\begin{cases} x + 2y + 5 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow I(-3 ; -1)$

$B' = I + \vec{BI} = (-3 ; -1) + (-8 ; 4)$

$= (-11 ; 3)$

Déterminons l'équation de d_{CA} :

$$\overrightarrow{CB'} = \begin{pmatrix} -10 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow d_{CA} : y + k = 0$ par $C(-1; 3)$

$$\Rightarrow \boxed{d_{CA} : y - 3 = 0}$$

Vu que $A \in h \cap d_{CA}$, on a :

$$\begin{cases} y = 3 \\ 3x - 4y + 27 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{A(-5; 3)}$$

Reste à calculer l'équation de d_{AB}.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 10 \\ -8 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow d_{AB}: \ 4x + 5y + k = 0 \quad \text{por } A(-5; 3)$$

$$\Rightarrow -20 + 15 + k = 0 \Leftrightarrow k = 5$$

$$\Rightarrow \boxed{d_{AB}: \ 4x + 5y + 5 = 0}$$