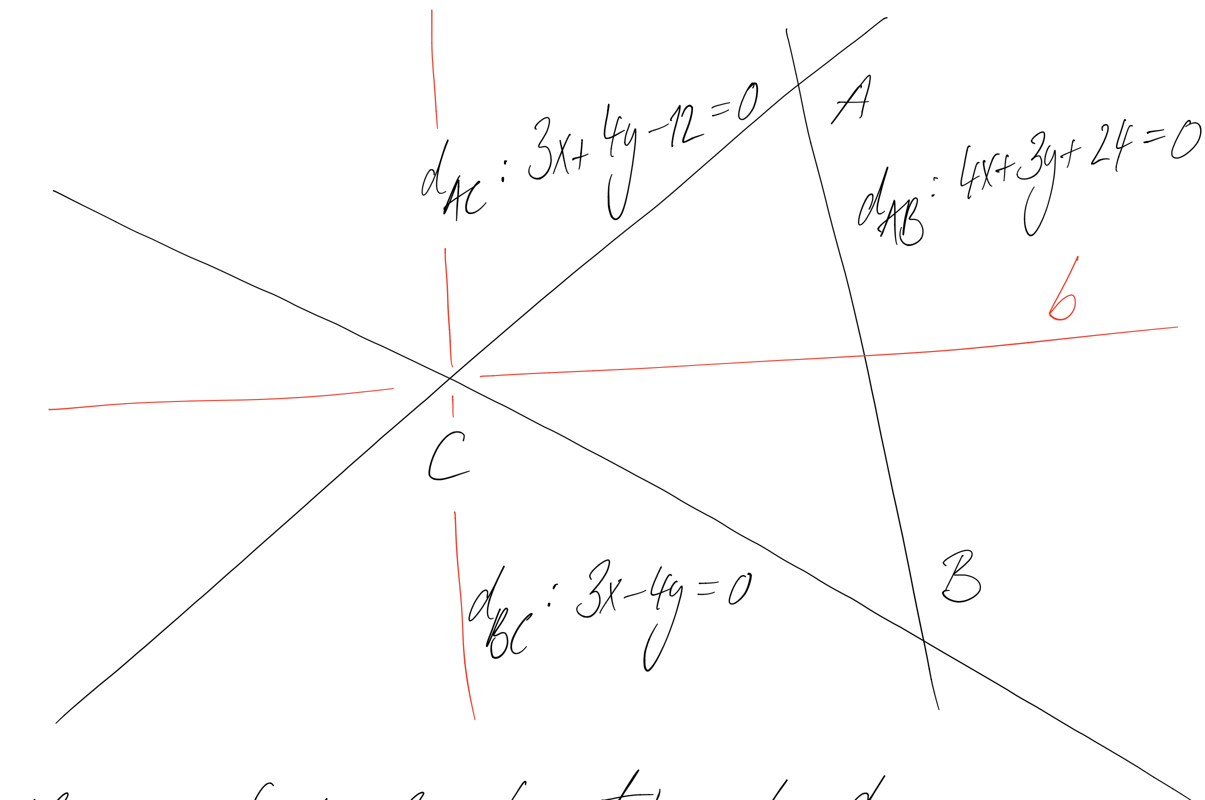


Il nous faut les bissectrices de d_{AC} et d_{BC} :

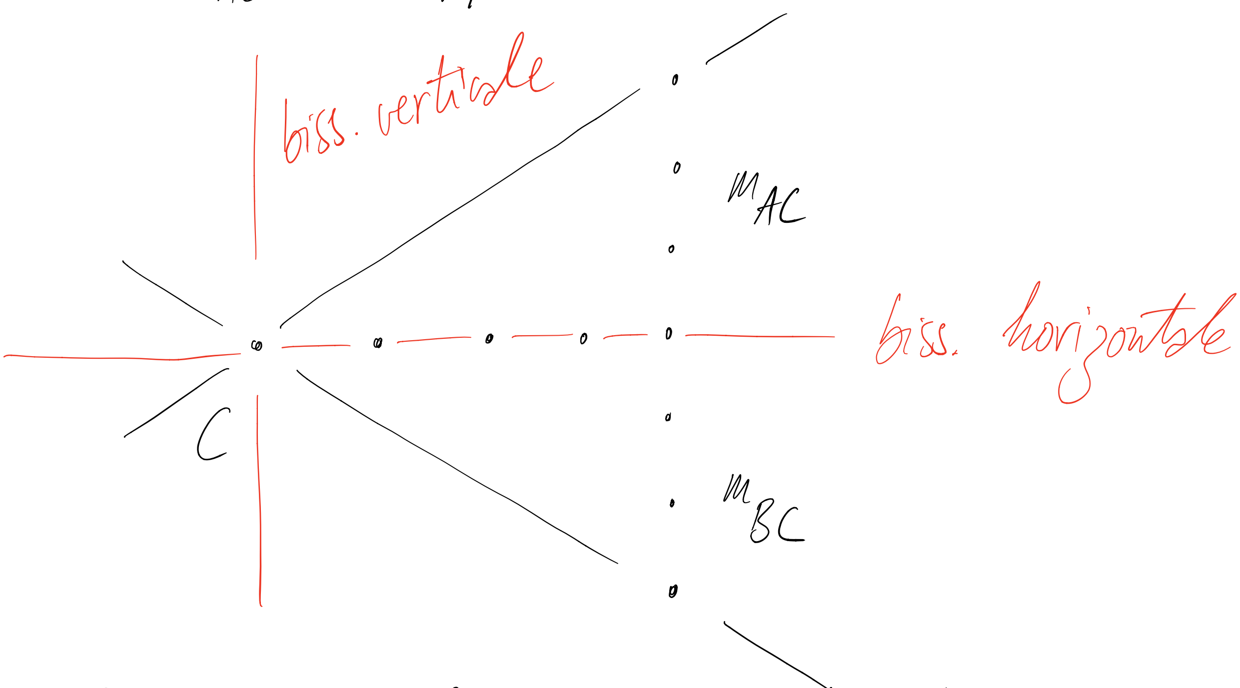
$$\frac{3x+4y-12}{\cancel{\sqrt{3^2+4^2}}} = \pm \frac{3x-4y}{\cancel{\sqrt{3^2+(-4)^2}}}$$

$\Leftrightarrow \quad 8y-12=0 \quad \Leftrightarrow \quad y = 3/2$ horizontale

$ \quad 6x-12=0 \quad \quad x = 2$ verticale

Voyons la situation en termes de pente :

$$m_{AC} = -\frac{3}{4} \qquad m_{BC} = \frac{3}{4}$$



Pour savoir laquelle des bissectrices est intérieure, il nous faut les coordonnées des sommets :

$$C : \begin{cases} x = \frac{4}{3}y \\ 3x + 4y = 12 \end{cases} \Rightarrow 8y = 12 \Rightarrow \begin{array}{l} y = 3/2 \\ x = 2 \end{array}$$

Ce qui était déjà clair, vu les équations des bissectrices.

$$B: \begin{cases} 4x+3y+24=0 \\ x=\frac{4}{3}y \end{cases} \Rightarrow \frac{16}{3}y+3y+24=0$$

$$25y=-72$$

$$\Rightarrow y=-72/25 \qquad x=-96/25$$

$$=-3{,}84 \qquad\qquad =-2{,}88$$

$$A: \begin{cases} 4x+3y+24=0 & \cdot 3 \\ 3x+4y-12=0 & \cdot(-4) \end{cases} \Rightarrow 7y=120$$

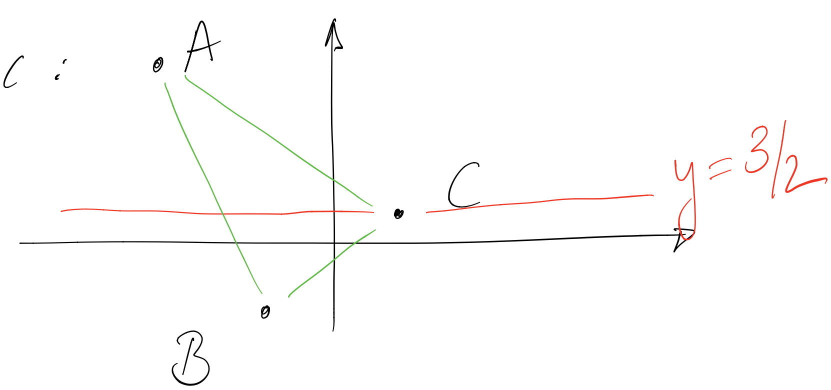
$$y=120/7$$

$$\simeq 17{,}14$$

$$\Rightarrow x=\frac{-360/7-24}{4}=-132/7$$

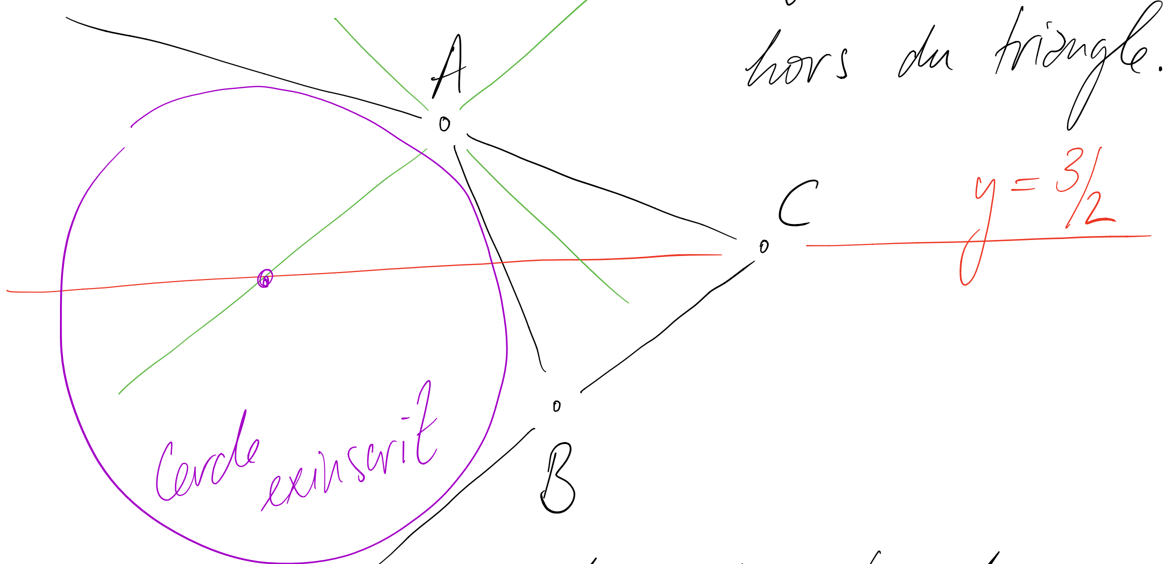
$$\simeq -18{,}86$$

On a donc :



La bissectrice intérieure est donc la droite d'équation $y = 3/2$.

Reste à trouver le point de la bissectrice extérieure issue de A dont $y = 3/2$, hors du triangle.



On trouve les équations des bissectrices :

$$4x + 3y + 24 = \pm (3x + 4y - 12)$$

$$\Rightarrow \quad x - y + 36 = 0 \quad \text{ou} \quad 7x + 7y + 12 = 0$$

En posant $y = 3/2$, cela donne :

$$x = -36 + 3/2 = -69/2 = -34{,}5$$

pour l'intersection avec la $1^{ère}$ bissectrice

et $x = -\frac{1}{7}\left(\frac{21}{2} + 12\right) = -45/14 \simeq -3{,}21$

Vu le dessin fait plus haut, on voit que c'est le point $(-34{,}5 ; 1{,}5)$ qui est à l'extérieur du triangle ABC.

C'est donc le centre du cercle exinscrit du $\triangle ABC$ dont le centre se trouve sur la bissectrice intérieure issue de C.