On met l'équation du cercle sous sa forme standard:

$$x^2+y^2-2x-4y+4=0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2-2\cdot x\cdot 1+1^2+y^2-2\cdot y\cdot 2+2^2 = -4+1+4$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{(x-1)^2+(y-2)^2=1}$$

$$C(1;2) \quad r=1$$

On trouve maintenant le symétrique du centre du cercle relativement à la droite d'équation $\quad x=y+3 \Leftrightarrow x-y-3=0$

Il nous faut l'équation de la perpendiculaire à $x=y+3$ par C, notée $d_\perp$.

$d_1 : \ x+y+k=0$

Vu que d_1 passe par C, on a

$$1+2+k=0; \ k=-3$$

$\Rightarrow \ d_1 : \ x+y-3=0$

Calculons l'intersection des deux droites:

$$\begin{cases} x+y-3=0 \\ x-y-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} 2x-6=0 \\ x=3 \Rightarrow y=0 \end{array}$$

$I=(3;0)$. Le centre du cercle symétrique, noté C', peut être déterminé de la façon suivante:

$$C' = I + \overrightarrow{CI}$$

$$\overrightarrow{CI} = (3-1\,;\,0-2) = (2\,;\,-2)$$

$$\Rightarrow C' = (3;0) + (2;-2) = (5;-2)$$

L'équation du symétrique du cercle $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ relativement à la droite $x-y-3=0$ est donc

$$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 1$$

Le rayon reste le même, vu que la symétrie est une isométrie.