Seuls les points de contact sont utiles dans ce problème. On va donc travailler avec la méthode de la polaire.

L'équation du cercle doit être mise sous forme canonique :

$$x^2 - 6x + y^2 + 2x = -5$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+1)^2 = -5 + 9 + 1$$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$$

$$\Rightarrow C(3;-1) \quad r = \sqrt{5}$$

On sait que l'équation de la polaire p s'écrit comme suit :

$$(4-3)(x-3) + (-4+1)(y+1) = 5$$

$\Leftrightarrow \quad x-3-3y-3=5$

$\Leftrightarrow \quad x-3y-11=0$ pour la droite P.

$\Rightarrow \quad x=3y+11$

Déterminons les points de $P \cap \mathcal{C}'$:

$$(3y+11)^2+y^2=6(3y+11)-2y-5$$

$$\Leftrightarrow \quad 9y^2+66y+121+y^2=18y+66-2y-5$$

$$\Leftrightarrow \quad 10y^2+50y+60=0$$

$$\Leftrightarrow \quad y^2+5y+6=0 \Leftrightarrow (y+2)(y+3)=0$$

$\Rightarrow$ $x=5$ et $y=-2$ pour T_1

$x=2$ et $y=-3$ pour T_2

La longueur de la corde étant égale à $\|\overrightarrow{T_1 T_2}\|$, elle se calcule comme suit:

$$\left\| \begin{pmatrix} 2-5 \\ -3-(-2) \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\|$$

$$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$