a) $\begin{cases} y = 2x-3 \\ x^2+y^2-3x+2y=3 \end{cases}$

$\Rightarrow \quad x^2+(2x-3)^2-3x+2(2x-3)=3$

$\Leftrightarrow \quad x^2+4x^2-12x+\cancel{9}-3x+4x\cancel{-6}=\cancel{3}$

$\Leftrightarrow \quad 5x^2-11x=0$

$\Leftrightarrow \quad 5x\left(x-\frac{11}{5}\right)=0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{matrix} x=0 \\ x=\frac{11}{5} \end{matrix}$

La droite et le cercle se coupent

en $(0;-3)$ et $\left(\frac{11}{5};\frac{7}{5}\right)$

b) $\begin{cases} x-2y-1=0 & \Rightarrow \quad x = 2y+1 \\ x^2+y^2-8x+2y+12=0 \end{cases}$

$$\Rightarrow (2y+1)^2+y^2-8(2y+1)+2y+12=0$$

$$\Leftrightarrow 4y^2+\cancel{4y+1}+y^2-\cancel{16y}-\cancel{8}+\cancel{2y+12}=0$$

$$\Leftrightarrow 5y^2-10y+5=0$$

$$\Leftrightarrow y^2-2y+1=0 \Leftrightarrow (y-1)^2=0$$

$$\Leftrightarrow y=1 \text{ et } x=3$$

La droite est tangente au cercle au point $(3;1)$

c) $x^2+y^2=1$

est le cercle centré en $(0;0)$

de rayon 1.

On calcule : $dist\left((0;0);\ y=x+10\right)$

$$= dist\left((0;0);\ y-x-10=0\right)$$

$$= \frac{|0-0-10|}{\sqrt{1+1}} = \frac{10}{\sqrt{2}}$$

$$\simeq 7{,}07 > 1$$

La distance centre - droite étant plus grande que le rayon, la droite ne coupe pas le cercle.