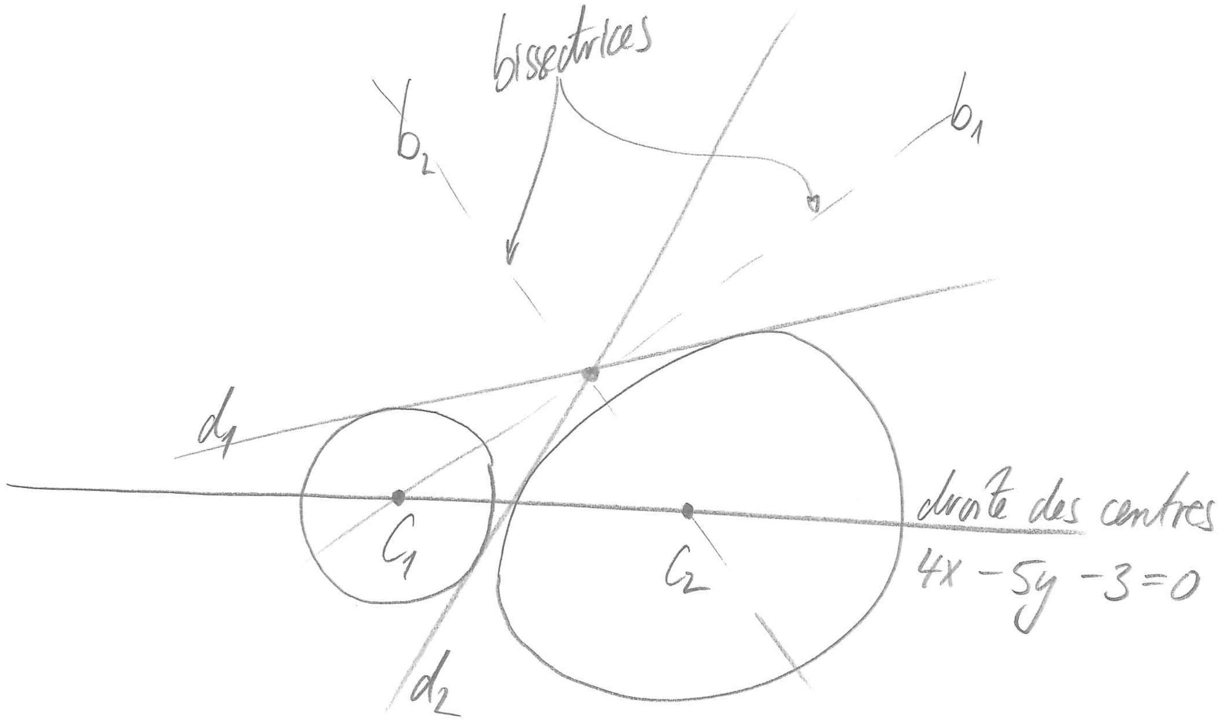

$d_1 : 2x - 3y - 10 = 0 \qquad d_2 : 3x - 2y + 5 = 0$

Les centres des cercles tangents à une paire de droites se trouvent sur les bissectrices de ces deux droites (voir schéma ci-dessus).

On doit donc calculer l'équation de b_1 ainsi que celle de b_2.

On procède comme suit :

$$\frac{2x-3y-10}{\sqrt{4+9}} = \frac{\pm(3x-2y+5)}{\sqrt{4+9}} \quad \Big| \cdot\sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x-3y-10 = \pm(3x-2y+5)$$

① $2x-3y-10 = 3x-2y+5$

$$\boxed{x+y+15=0} \text{ — } b_1$$

② $2x-3y-10 = -3x+2y-5$

$$5x-5y-5=0$$

$$\boxed{x-y-1=0} \text{ — } b_2$$

On détermine maintenant les intersections des bissectrices avec la droite des centres.

$$\begin{cases} 4x-5y-3=0 \\ x+y+15=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x-5y-3=0 \\ 4x+4y+60=0 \end{cases}$$

$$9y=-63; \; y=-7 \qquad \Rightarrow C_1(-8;-7)$$

$$x=7-15; \; x=-8$$

$$\begin{cases} 4x-5y-3=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4x-5y-3=0 \\ 4x-4y-4=0 \end{cases}$$

$$y=1; \; x=2$$

$$\Rightarrow C_2(2;1)$$

Il ne nous manque que les rayons, que l'on obtient à l'aide de la formule de la distance d'un point à une droite :

$$r_1 = \text{dist.}(C_1\,;\,d_1) = \frac{|2\cdot(-8)-3\cdot(-7)-10|}{\sqrt{13}}$$

$$= \frac{|-16+21-10|}{\sqrt{13}} = \frac{5}{\sqrt{13}}$$

$$r_2 = \text{dist.}(C_2\,;\,d_1) = \frac{|2\cdot 2-3\cdot 1-10|}{\sqrt{13}}$$

$$= \frac{|4-3-10|}{\sqrt{13}} = \frac{9}{\sqrt{13}}$$

Les équations cherchées sont donc :

$$(x+8)^2+(y+7)^2 = \frac{25}{13} \qquad (x-2)^2+(y-1)^2 = \frac{81}{13}$$