$\boxed{1.2.21}$

Opérations sur les lignes

a) $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & -6 & 2 \\ 3 & -9 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Il y a deux degrés de liberté : $y = y \,/\, z = z$

$\{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x - 3y + z = 0\}$ est donc de dim 2.

(C'est un plan)

$$\begin{cases} x = 3y - z \\ y = y \\ z = z \end{cases} \iff \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ La base cherchée est, par exemple,

$$\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

$$\boxed{1.2.21}_2$$

b) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 4 & 3 & -1 \\ 6 & 5 & 1 \end{pmatrix} \underset{\text{Opérations élém. sur les lignes}}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x - 4z = 0 \\ y + 5z = 0 \\ z = z \end{cases} \iff \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = z \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{B} = \left(\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$