$\boxed{1.2.30}$

$u, v \in \mathbb{R}^2 \qquad \langle u \rangle = \{\alpha \cdot u \,/\, \alpha \in \mathbb{R}\}$

$\langle v \rangle = \{\alpha \cdot v \,/\, \alpha \in \mathbb{R}\}$

Supposons que $(u, v)$ est libre.

On sait que $\mathbb{R}^2 = \langle u \rangle + \langle v \rangle$ car la dimension de $\mathbb{R}^2$ est 2.

Pour montrer que la somme est directe, il suffit de voir que $\langle u \rangle \cap \langle v \rangle = \{0\}$

Soit $w \in \langle u \rangle \cap \langle v \rangle$. On peut écrire

$w = \alpha \cdot u = \beta \cdot v$ pour $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Si $\alpha \neq 0$, $u = \frac{\beta}{\alpha} \cdot v$ ce qui contredit le fait que $(u, v)$ est libre.

$\Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow w = 0$

L'intersection est nulle et la somme directe.