$$\begin{cases} h(2e_1 + e_2) = 2e_1 - 3e_2 \\ h(e_1 - e_2) = 3e_1 - e_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2h(e_1) + h(e_2) = 2e_1 - 3e_2 \\ h(e_1) - h(e_2) = 3e_1 - e_2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3h(e_1) = 5e_1 - 4e_2 \\ h(e_1) - 3e_1 + e_2 = h(e_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h(e_1) = 5/3\, e_1 - 4/3\, e_2 \\ 5/3\, e_1 - 4/3\, e_2 - 3e_1 + e_2 = h(e_2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \quad h(e_1) = 5/3\, e_1 - 4/3\, e_2$$

$$h(e_2) = -4/3\, e_1 - 1/3\, e_2$$

La matrice de h s'écrit donc, relativement à $(e_1; e_2)$:

$$H = \begin{pmatrix} 5/3 & -4/3 \\ -4/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

Vu que $H \sim \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 0 & -21 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\ker(h) = \{0\}$ et $\mathrm{Im}(h) = E$

C'est une bijection de E dans E.

(Un automorphisme.)