$$\operatorname{Im}(h) = \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ -5/2 \\ 3 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$= \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$\operatorname{Im}(h)$ est de dimension 1, c'est une droite.

Par le théorème du rang, $\dim(\ker(h)) = 1$.

En effet, $h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ et

$$\dim(\operatorname{Im}(h)) + \dim(\ker(h)) = \dim(\mathbb{R}^2)$$

Trouvons une base de $\ker(h)$:

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -5/2 & 5 \\ 3 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ y = y \end{cases} \quad \Longleftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$k \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \ker(h) = \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$