$$H = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Polynôme caractéristique : $\boxed{\lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda}$

$$p(\lambda) = \lambda(\lambda^2 - 2\lambda + 1) = \lambda(\lambda - 1)^2$$

Valeurs propres : $\boxed{\lambda_1 = 1 \,;\, \lambda_2 = 0}$

$$E_1 = \left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$E_2 = \left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Trouvons l'équation de E_1 :

$$\begin{vmatrix} i & -2 & 1 \\ j & 1 & 0 \\ k & 0 & 1 \end{vmatrix} \longrightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$E_1 : x + 2y - z = 0$ est un plan...

L'espace propre E_2 est une droite : $k\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Vu que $H' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, c'est la

projection sur le plan $x + 2y - z = 0$, dans

la direction $k\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$