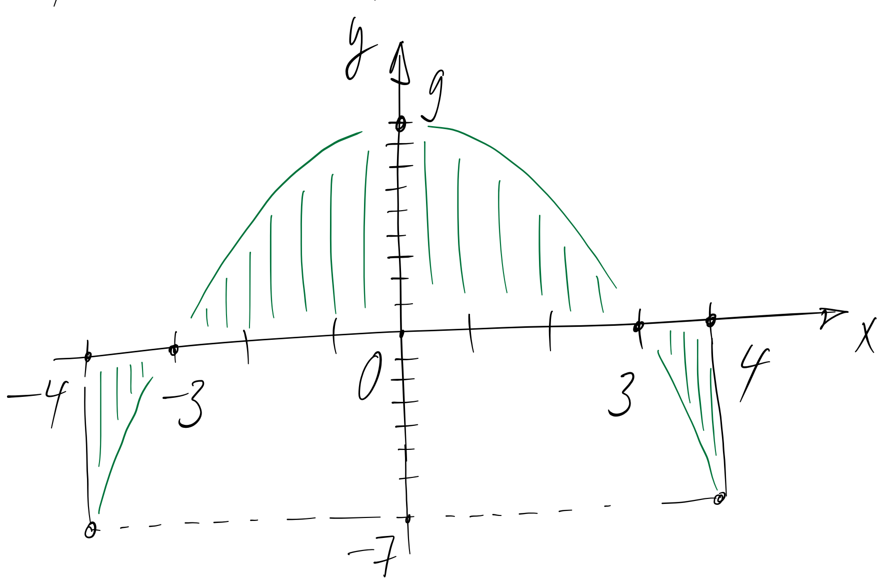
On cherche les intersections du graphe de f avec l'axe Ox :

$$f(x)=0 \Leftrightarrow 9-x^2=0 \Leftrightarrow (3+x)(3-x)=0$$

$$\Leftrightarrow x=\pm 3$$

On fait une esquisse de la situation :



Pour obtenir la surface du domaine en question, on doit calculer :

$$\left|\int_{-4}^{-3} f(x)\,dx\right| + \overbrace{\int_{-3}^{3} f(x)\,dx}^{>0} + \left|\int_{3}^{4} f(x)\,dx\right|$$

On sait que $\int (9-x^2)\,dx = 9x - \frac{1}{3}x^3$

L'aire cherchée vaut donc :

$$\left|9x-\frac{1}{3}x^3\right|\Bigg|_{-4}^{-3} + \left(9x-\frac{1}{3}x^3\right)\Bigg|_{-3}^{3} + \left|9x-\frac{1}{3}x^3\right|\Bigg|_{3}^{4} =$$

$$2\left(9x-\frac{1}{3}x^3\right) + 2\left|9x-\frac{1}{3}x^3\right|\Bigg|_{3}^{4} =$$

$$2\cdot\left(27-\frac{1}{3}27\right) + 2\left|36-\frac{1}{3}64-\left(27-\frac{1}{3}27\right)\right| =$$

$$36+2\left|\frac{108-64-81+27}{3}\right| =$$

$$36+2\cdot\frac{10}{3} = \frac{108+20}{3} = \frac{128}{3}$$