$k\cdot(1-kx)\sqrt{x} = 0 \iff 1-kx=0$ ou $x=0$

$\iff kx=1 \iff x=\dfrac{1}{k} \quad (k>0)$

$x=0 \qquad x=0$

La courbe d'équation $y=k(1-kx)\sqrt{x}$

coupe l'axe Ox en deux points : $(0;0)$ et $\left(\frac{1}{k};0\right)$

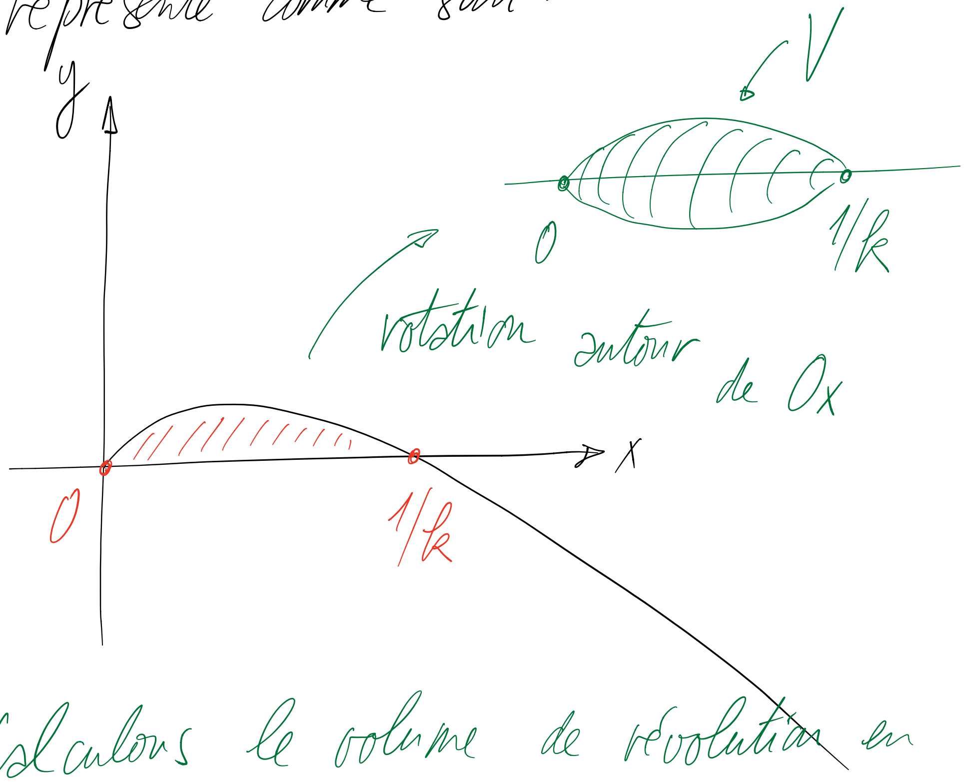
Soit $x\in\left[0;\frac{1}{k}\right] \qquad kx\in[0;1]$

$\Rightarrow 1-kx\geqslant 0$ sur tout l'intervalle.

Si $x>\dfrac{1}{k}$, $kx>1$ et $1-kx<0$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} k(1-kx)\sqrt{x} = -\infty$

Le domaine fermé délimité par la courbe et Ox peut être donc représenté comme suit :



Calculons le volume de révolution en fonction de k :

$$\pi \int_0^{1/k} \left(k(1-kx)\sqrt{x}\right)^2 dx =$$

$$\pi \int_0^{1/k} k^2(1-kx)^2 x \, dx =$$

$$k^2 \cdot \pi \int_0^{1/k} (x - 2kx^2 + k^2x^3) \, dx =$$

$$k^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}k x^3 + \frac{k^2}{4}x^4 \right)\Bigg|_0^{1/k} =$$

$$k^2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2k^2} - \frac{2k}{3k^3} + \frac{k^2}{4k^4} \right) =$$

$$k^2 \cdot \pi \left(\frac{1}{2k^2} - \frac{2}{3k^2} + \frac{1}{4k^2} \right) =$$

$$= \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} \right) = \pi \cdot \left(\frac{6-8+3}{12} \right)$$

$$= \frac{\pi}{12}$$

Le volume de révolution cherché vaut $\pi/12$; il ne dépend donc pas de k.