

3.2

23MS

$$a) x^2 + y^2 = 9$$

$$b) (x-2)^2 + (y+3)^2 = 49$$

$$c) (x-6)^2 + (y+8)^2 = r^2$$

$$\text{avec } r = \|\vec{OC}\| = \sqrt{36+64} = 10$$

$$\Rightarrow (x-6)^2 + (y+8)^2 = 100$$

$$d) (x+1)^2 + (y-2)^2 = r^2$$

$$\text{avec } r = \|\vec{AC}\| = \|(-3; -4)\| = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 5^2 = 25$$

$$e) M_{AB} = \frac{A+B}{2} = \frac{(2; 8)}{2} = (1; 4)$$

est le centre du cercle cherché:

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 = r^2$$

$$\text{avec } r = \|\vec{BM}_{AB}\| = \|(2; -2)\| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 = 8$$

3.2

f) Rayon = distance  $(c_0; 0); d)$

On se rappelle de la formule suivante:

$$\text{dist.}((x_0; y_0); d) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

si  $d$  est la droite d'équation

$$ax + by + c = 0$$

$$\Rightarrow r = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 20|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{20}{5} = 4$$

L'équation du cercle cherché est donc:

$$x^2 + y^2 = 16$$

3.2

23MS

$$g) \text{ dist. } (C; d) = \frac{|5 \cdot 1 - 12 \cdot (-1) + 9|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}}$$

$$= \frac{26}{13} = 2 \quad \text{donne le rayon.}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$$

est l'équation cherchée.

h) Le centre est de la forme

$$C(x; 3x-2)$$

ou qu'il appartient à la droite  $d$ .

Il faut donc que

$$\|\vec{AC}\|^2 = \|\vec{BC}\|^2$$

3.2

23MS

$$\vec{AC} = (x-3; 3x-2-1) = (x-3; 3x-3)$$

$$\vec{AB} = (x-(-1); 3x-2-3) = (x+1; 3x-5)$$

La condition  $\|\vec{AC}\|^2 = \|\vec{AB}\|^2$  s'écrit:

$$(x-3)^2 + (3x-3)^2 = (x+1)^2 + (3x-5)^2$$

$$\Leftrightarrow \cancel{10x^2} - 24x + 18 = \cancel{10x^2} - 28x + 26$$

$$\Leftrightarrow 4x = 8 \quad \Leftrightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow C(2; 4) \text{ et } r = \|\vec{AC}\| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} \\ = \sqrt{10}$$

L'équation cherchée est donc:

$$(x-2)^2 + (x-4)^2 = 10$$

3.2

23MS

Pour trouver le centre, on aurait aussi pu déterminer la médiatrice  $m_{AB}$  du segment  $AB$  et faire l'intersection de cette droite avec la droite  $d$ .

$$\vec{AB} = (-4; 2) \Rightarrow m_{AB}: -4x + 2y + k = 0$$

$$\text{Soit } M_{AB} \text{ le milieu de } AB: M_{AB} = \left( \frac{3-1}{2}; \frac{3+1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow M_{AB} = (1; 2)$$

$$\Rightarrow -4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + k = 0$$

$$\Rightarrow k = 0 \Rightarrow m_{AB}: -4x + 2y = 0$$

$$-2x + y = 0$$

3.2

23MS

On résout ensuite le système

$$\begin{cases} -2x + y = 0 \\ 3x - y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow y = 2x$$

$$\Rightarrow 3x - 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow y = 4$$

Le point  $C(2; 4)$  est donc le centre du cercle cherché.

$$\|\vec{AC}\| = \left\| \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

L'équation du cercle est donc bien

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 10$$

3.2

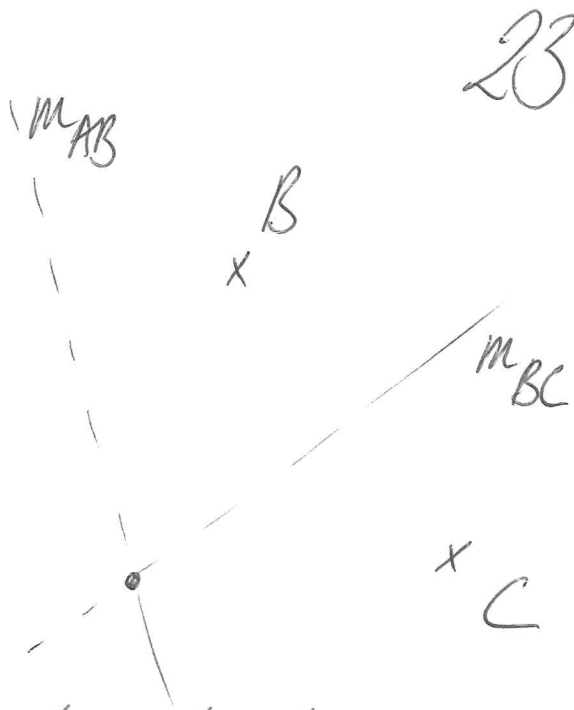
23MS

i)

A x

B x

C x



Le centre du cercle cherché se trouve à l'intersection des deux médiatrices  $m_{AB}$  et  $m_{BC}$ .

$$\vec{AB} = (0; -2) \quad \vec{BC} = (1; 1)$$

$$\Rightarrow m_{AB}: 0 \cdot x - 2y + k = 0. \text{ Cette droite}$$

passse par  $M_{AB} = \frac{A+B}{2} = (1; 0)$ , le milieu de AB.

$$\Rightarrow k = 0 \quad \text{car} \quad 0 \cdot 1 - 2 \cdot 0 + k = 0$$

$$\Rightarrow m_{AB}: -2y = 0 \Leftrightarrow y = 0$$

3.2

23 MS

$$\Rightarrow m_{BC} : x + y + k = 0$$

Cette droite passe par  $M_{BC} = \frac{B+C}{2} = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ,

le milieu de BC.

$$\Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{2} + k = 0; \quad \frac{2}{2} + k = 0$$

$$k = -\frac{2}{2} = -1$$

$$\Rightarrow m_{BC} : x + y - 1 = 0$$

Reste à calculer  $m_{AB} \cap m_{BC}$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x + y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Le centre du cercle cherché est donc

$$K(1, 0)$$

3.2

On calcule encore le rayon:

$$\begin{aligned}\|\vec{KC}\| &= \|(1; 0)\| = \sqrt{1^2 + 0^2} = \sqrt{1} \\ &= 1\end{aligned}$$

L'équation du cercle cherché est donc:

$$(x-1)^2 + y^2 = 1$$