Vers la formule de résolution de l'équation du 3ème degré... (1500 - 1600

Soit $\boxed{ax^3+bx^2+cx+d=0}$ (*)

$a, b, c, d \in \mathbb{R}$

$a \neq 0$

$(A+B)^3 =$

Compléter le cube.

(*) $\boxed{x^3+\frac{b}{a}x^2}+\frac{c}{a}x+\frac{d}{a}=0$

$A^3 + \dots$

$$ax^2+bx+c=0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

$$A^2+2AB+B^2-B^2$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2+2\cdot x\cdot\frac{b}{2a}\overbrace{+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}}^{0}+\frac{c}{a}=0$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0$$

2.3.11

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & -16 & -2 & 15 \\ 1 & & 1 & 3 & -13 & -15 \\ \hline & 1 & 3 & -13 & -15 & 0 \end{array}$$

donc $(x-1) \mid x^4+2x^3-16x^2-2x+15$

$$(x+2)^3(x-1)^2(x-2)^2(x+1)$$

$\boxed{2.3.14}$

$$x(x-2)(x+2)(x-3)(ax+b) = p(x)$$

$$p(-3) = -630 \Leftrightarrow (-3)(-5)(-1)(-6)(-3a+b) = -630$$

$$p(1) = 6 \Leftrightarrow 1(1-2)(1+2)(1-3)(a+b) = 6$$

Reste de la division de $p(x)$ par $x-a$: $p(a)$

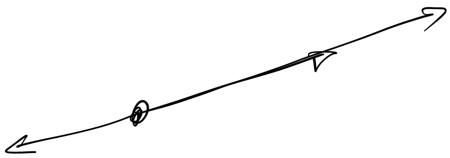
car $p(x) = (x-a)\cdot q(x) + r \Leftrightarrow p(a) = \underbrace{(a-a)\,q(x)}_{0} + r$

$\boxed{2.3.12}$

$$\begin{array}{c|ccccc}
 & 1 & -6 & 0 & 1 & -6 \\
-1 & & -1 & 7 & -7 & 6 \\
\hline
 & 1 & -7 & 7 & -6 & 0 \\
6 & & 6 & -6 & 6 & \\
\hline
 & 1 & -1 & 1 & 0 &
\end{array}$$

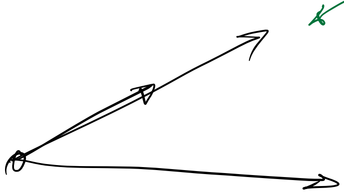
$$x^4-6x^3+x-6 = (x+1)(x-6)(x^2-x+1)$$

$$\begin{array}{l|l}
x^4-6x^3+x-6 & x+1 = x-(-1) \\
\cline{2-2}
x^4+x^3 & x^3-7x^2+\ldots \\
\cline{1-1}
\quad -7x^3+x-6 & \\
\quad -7x^3-7x^2 & \\
\cline{1-1}
\qquad 7x^2+x-6 & \\
\qquad \ldots &
\end{array}$$

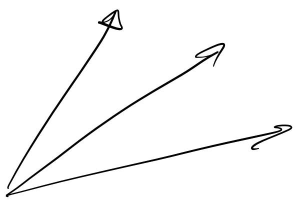


3 colinéaires $\Rightarrow$ coplanaires

2 colinéaires



3 coplanaires



3 coplanaires

__Exemple :__

$$\begin{array}{ccc} u & v & w \\ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

sont coplanaires

$\cdot\left(-1/2\right)$

car u et v sont colinéaires

Autre exemple:

$$\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix};\ \begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix};\ \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$$ coplanaires?

$u \qquad v$

$u \neq kv \Rightarrow u, v$ non colinéaires

$k \in \mathbb{R}$

$$x\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix} + y\begin{pmatrix}-1\\2\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 & x = 2 \\ 2y = 2 \Leftrightarrow & y = 1 \\ x + y = 4 & x = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow u, v, w$ ne sont pas coplanaires

$$x^3+px+q=0 \qquad x=u+v$$

$$(u+v)^3+p(u+v)+q=0$$

$$u^3+3u^2v+3uv^2+v^3+p(u+v)+q=0$$

$$u^3+v^3+q+3uv(u+v)+p(u+v)=0$$

$$u^3+v^3+q+(3uv+p)(u+v)=0$$

$$\begin{cases} u^3+v^3=-q \\ 3uv=-p \end{cases}$$ est suffisant

$$\begin{cases} u^3+v^3=-q \\ u^3v^3=-\frac{p^3}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n=-q \\ m\cdot n=-\frac{p^3}{27} \end{cases}$$