Prop. $\boxed{\frac{2}{3}n^3+n^2+\frac{1}{3}n}$ $P(n)$ est pair pour $n\in\mathbb{N}$.

preuve (réc. sur n)

$\boxed{n=0}$ $\quad \frac{2}{3}0^3+0^2+\frac{1}{3}0=0$ ✓

$\boxed{n\checkmark \Rightarrow n+1\checkmark}$ hyp. de réc. $\boxed{\frac{2}{3}n^3+n^2+\frac{1}{3}n = 2\cdot k \quad k\in\mathbb{N}}$

$$\frac{2}{3}(n+1)^3+(n+1)^2+\frac{1}{3}(n+1) =$$

$$\frac{2}{3}(n^3+3n^2+3n+1)+n^2+2n+1+\frac{1}{3}n+\frac{1}{3} =$$

$$\underbrace{\frac{2}{3}n^3+n^2+\frac{1}{3}n}_{2k} + 2n^2+2n+\frac{2}{3}+2n+1+\frac{1}{3} =$$

$$2k+2n^2+2n+2n+1+1 = 2k+2(n^2+2n+1)$$

$$= 2\cdot m \qquad m\in\mathbb{N}$$

$P(n)$ vraie $\Rightarrow P(n+1)$ vraie

$P(n)=2k \Rightarrow P(n+1)=2m$

CQFD

Prop : $P(n) = \frac{2}{3}n^3 + n^2 + \frac{1}{3}n$

$\boxed{n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 1} \Rightarrow P(-n) = 2 \cdot k \qquad k \in \mathbb{Z}$

preuve : (réc. sur n)

$\boxed{n=1}$ $\quad \frac{2}{3}(-1)^3 + (-1)^2 + \frac{1}{3}(-1) = -\frac{2}{3} + 1 - \frac{1}{3} = 0$ ✓

$\boxed{n ✓ \Rightarrow n+1 ✓}$ $\quad P(-n) = -\frac{2}{3}n^3 + n^2 - \frac{1}{3}n = 2k$

$k \in \mathbb{Z}$

$$P(-(n+1)) = -\frac{2}{3}(n+1)^3 + (n+1)^2 - \frac{1}{3}n - \frac{1}{3}$$

$$= -\frac{2}{3}(n^3 + 3n^2 + 3n + 1) + n^2 + 2n + 1 - \frac{1}{3}n - \frac{1}{3}$$

$$= \underbrace{\boxed{-\frac{2}{3}n^3 + n^2 - \frac{1}{3}n}}_{2k} - 2n^2 - \cancel{2n} - \frac{2}{3} + \cancel{2n} + 1 - \frac{1}{3}$$

hyp. de réc.

$$= 2k - 2n^2 - 1 + 1 = 2k - 2n^2 = 2 \cdot m$$

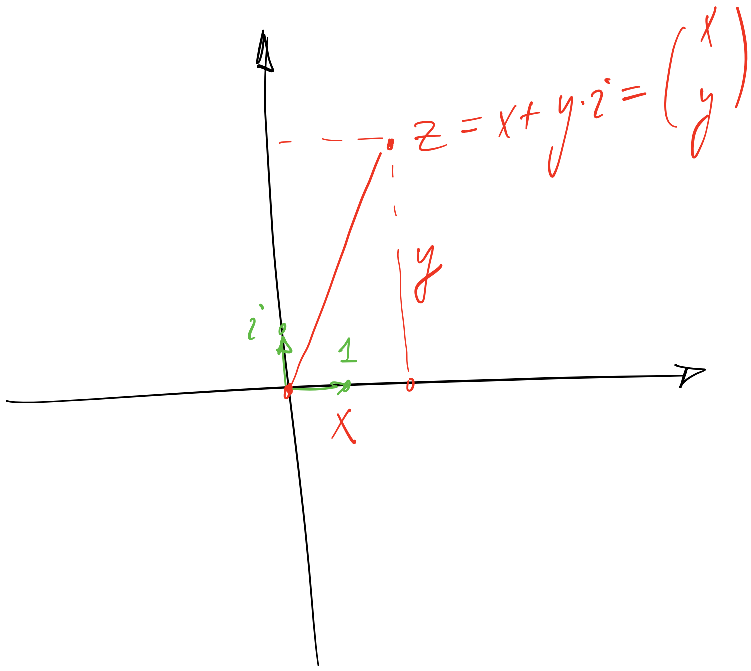
$m \in \mathbb{Z}$

Déf. On dit que $a \mid b$ s'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tq. $b = k \cdot a$.

divise

Ainsi : $7 \mid (8^n - 1) \Rightarrow 8^n - 1 = k \cdot 7$ pour $k \in \mathbb{Z}$

$$z = x + y \cdot i$$



$$0 = z^2 + 2\bar{z} + 5 = (x+iy)^2 + 2(x - iy) + 5$$

$$= \cancel{x^2} + 2xyi + \cancel{(iy)^2} + \cancel{2x} - 2yi \cancel{+5}$$

$$= \boxed{x^2 - y^2 + 2x + 5} + \boxed{(2xy - 2y)} \cdot i = \boxed{0} + \boxed{0} i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 + 2x + 5 = 0 \\ 2xy - 2y = 0 \end{cases}$$

2.6.14
2.6.16
2.6.17

À faire pour le 1er XI

2.6.9 à 2.6.12 — À faire pour le 1er X

2.6.13
2.6.15
2.6.18
2.7.1 à 2.7.5

À faire pour le 15 XI

$z = a + bi$

$\Im(z) = b$

$\Re(z) = a$

$\Im : \mathbb{C} \to \mathbb{R}$

$x + yi \mapsto y$

$\Re : \mathbb{C} \to \mathbb{R}$

$x + yi \mapsto x$