ANALYSE

$$f(x) = \frac{x^3-1}{x^2-5x+6} \overset{\text{factoriser}}{=} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-3)(x-2)} \qquad \Delta<0$$

$f(0) = -\frac{1}{6}$ $\quad (0; -\frac{1}{6})$

① E_f / Zéros / Signe

② ASYMPTOTES (A.V. / A.H. / A.O.)

① Zéros : $x=1$ $\quad (1;0)$ $\qquad D_f = \mathbb{R} - \{2;3\}$

	1	2	3	
	− 0 +	‖	− ‖	+

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-2)(x-3)}$$

② A.V.

$$\lim_{x\to 2} f(x) = \ll \frac{1\cdot 7}{0\cdot(-1)} \gg = \ll \frac{7}{0} \gg = \infty$$

$\Rightarrow$ A.V. en $x=2$ / A.V. en $x=3$

$$\lim_{x\to 3} f(x) = \ll \frac{2\cdot 13}{1\cdot 0} \gg = \ll \frac{26}{0} \gg = \infty$$

(3) $\deg(x^3-1) - \deg(x^2-5x+6) = 1$

$\Rightarrow$ A.O. ~~A.H.~~

$$\begin{array}{r|l} x^3-1 & x^2-5x+6 \\ \hline x^3-5x^2+6x & \boxed{x+5} \\ \hline 5x^2-6x-1 & \\ 5x^2-25x+30 & \\ \hline 19x-31 & \end{array}$$

A.O. en $y = x+5$

Position de la fonction par rapport à $y = x+5$?

(δ pour différence)

$$\delta(x) = \frac{19x-31}{x^2-5x+6} = \frac{19x-31}{(x-3)(x-2)}$$

$\delta(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{31}{19} \simeq 1{,}6$

$(1{,}6 ; f(1{,}6))$

	1,6		2		3	
$\delta(x)$	−	0	+ ‖	− ‖		+
	en dessous				en dessous	

$\delta(0) = -\frac{31}{6} < 0$

$y = mx + b$

↑ parte ↑ 0.0.

A.O.

$y = x + 5$

$= 1 \cdot x + 5$