

TE du 27/03/2025

Sphères

3.7.2 à 3.7.5

2 problèmes supplémentaires
(anciens examens)

Algèbre linéaire

1.5.1 à 1.5.10 (autant que nécessaire)

1.5.13

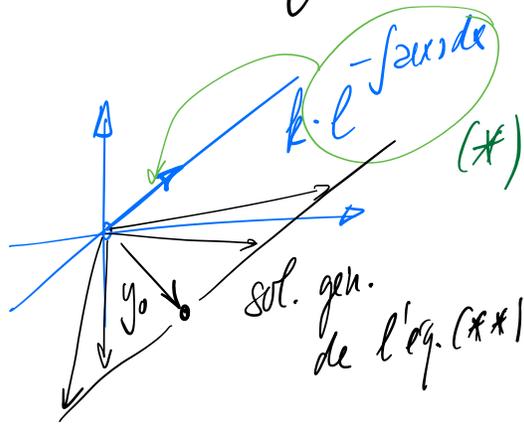
1.5.15

1.3.24 } Les polynômes sont des vecteurs
1.4.12 }

Facteur intégrant

$$y' + a(x) \cdot y = f(x) \quad (**)$$

1 sol. part.



$$y' + a(x) y = 0 \quad \leftarrow \text{eq. homogène associée}$$

À variables séparables

① Résoudre (*) :

$$y \neq 0$$

$$y' = -a(x) y \Leftrightarrow \frac{y'}{y} = -a(x) \Leftrightarrow \ln|y| = -\int a(x) dx + c$$

$$\Leftrightarrow y = \pm e^{(-\int a(x) dx + c)}$$

$$\Leftrightarrow y = \pm e^c \cdot e^{-\int a(x) dx}$$

$$\Leftrightarrow y = k \cdot e^{-\int a(x) dx} \quad k \in \mathbb{R}$$

On « réajuste »
 $y=0$

Thm: Solution générale de (**):

$$y = k \cdot e^{-\int a(x) dx} + y_0 \quad \leftarrow \text{Solution particulière de (**)}$$

$$y' + a(x)y = f(x)$$

$$\cdot e^{\int a(x) dx}$$

facteur intégrant

$$y' e^{\int a(x) dx} + a(x) \cdot e^{\int a(x) dx} \cdot y = e^{\int a(x) dx} \cdot f(x)$$

motif:

$$\hookrightarrow (y \cdot e^{\int a(x) dx})'$$

$$\Rightarrow y \cdot e^{\int a(x) dx} = \int e^{\int a(x) dx} \cdot f(x) \cdot dx$$

$$\Leftrightarrow y = e^{-\int a(x) dx} \int e^{\int a(x) dx} \cdot f(x) \cdot dx$$

donne y_0