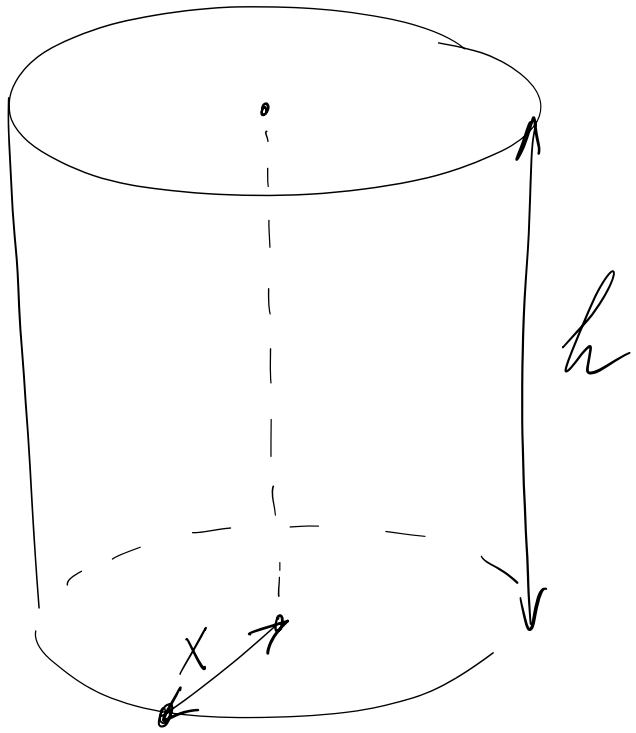
x et h en cm



$$V = \pi \cdot x^2 \cdot h$$

$$648\pi = \pi \cdot x^2 \cdot h$$

$$h = \frac{648 \cdot \cancel{\pi}}{x^2 \cdot \cancel{\pi}} = \frac{648}{x^2}$$

Surface de la base : πx^2

Surface de la face latérale : $2\pi x \cdot h$

Coût de la base (du fond) :

$$\pi x^2 \cdot 15$$

Coût de la paroi :

$$2\pi \cdot x \cdot \frac{648}{x^2} \cdot 5 = 10\pi \frac{648}{x}$$

Cout total : $15\pi \cdot x^2 + 6480\pi \cdot \frac{1}{x} = C(x)$

$$\boxed{C(x) = \pi \cdot \left(15x^2 + \frac{6480}{x}\right)}$$

Etude de la croissance de $C(x)$:

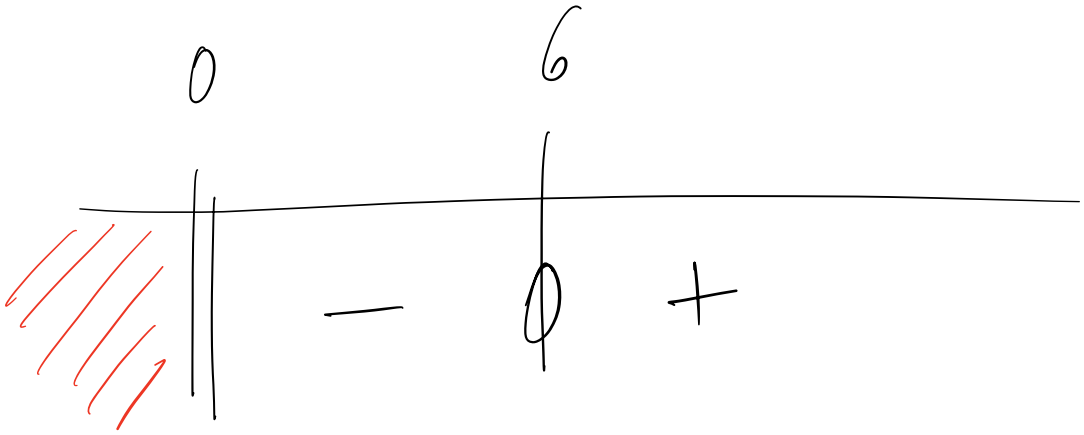
$$C'(x) = \pi \cdot \left(30x - \frac{6480}{x^2}\right)$$

$$= \pi \cdot \left(\frac{\boxed{30x^3 - 6480}}{x^2}\right)$$

$$C'(x) = 0 \Leftrightarrow 30x^3 - 6480 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^3 = \frac{6480}{30} = 216$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$



$x > 0$

$C'(1) = \pi \cdot \frac{30-6480}{1} < 0$

MIN

$(6; C(6))$

$C'(10) = \pi \cdot \frac{30 \cdot 10^3 - 6480}{10^2} = \pi \cdot \frac{30000-6480}{100} > 0$

Les dim. de la boîte la moins chère sont: $x = 6$ rayon de la base

$h = \frac{648}{36} = 18$ hauteur de la boîte.