

On veut projeter $\vec{b}$ sur $\vec{a}'$

projection

$$\vec{p}' = \frac{\vec{a}' \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}'\|^2} \cdot \vec{a}' = \frac{-3 \cdot 1 + (-1) \cdot 2}{10} \cdot \vec{a}'$$

$$= -0.5 \cdot \vec{a}'$$

$$= -0.5 \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{proj. orthogonale} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 0.5 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{a}'\| = \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} = \sqrt{10}$$

$$\vec{p}' = k \cdot \vec{a}', \quad \vec{n}' \perp \vec{a}' \text{ et } \vec{b} = \vec{p}' + \vec{n}'$$

On cherche k :

$$\vec{n}' = \vec{b} - \vec{p}'$$

$$\vec{n}' \perp \vec{a}' \Leftrightarrow \vec{a}' \cdot \vec{n}' = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}' \cdot (\vec{b} - \vec{p}') = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}' \cdot \vec{b} - \vec{a}' \cdot \vec{p}' = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}' \cdot \vec{b} - \vec{a}' \cdot (k \cdot \vec{a}') = 0$$

$$\Leftrightarrow k \cdot \vec{a}' \cdot \vec{a}' = \vec{a}' \cdot \vec{b}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{\vec{a}' \cdot \vec{b}}{\vec{a}' \cdot \vec{a}'} = \frac{\vec{a}' \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}'\|^2}$$

Formule de la projection:

$$\vec{p} = \frac{\vec{v} \cdot \vec{b}}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v}$$

1.4.8

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{a} + \vec{b}\| = \sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2}$$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$\boxed{\|\vec{a} + \vec{b}\| = \|\vec{a}\| + \|\vec{b}\|}$$

$$(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2} + \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$\Leftrightarrow (a_1 + b_1)^2 + (a_2 + b_2)^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2\sqrt{a_1^2 + a_2^2}\sqrt{b_1^2 + b_2^2} + b_1^2 + b_2^2$$

$$\Leftrightarrow \cancel{a_1^2} + \cancel{2a_1b_1} + \cancel{b_1^2} + \cancel{a_2^2} + \cancel{2a_2b_2} + \cancel{b_2^2} = \cancel{a_1^2} + \cancel{a_2^2} + \cancel{b_1^2} + \cancel{b_2^2} + 2\sqrt{a_1^2 + a_2^2}\sqrt{b_1^2 + b_2^2}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{2a_1b_1} + \cancel{2a_2b_2} = \cancel{2\sqrt{a_1^2 + a_2^2}\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

$$\Leftrightarrow (a_1 b_1 + a_2 b_2)^2 = (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{a_1^2 b_1^2} + 2a_1 b_1 a_2 b_2 + \cancel{a_2^2 b_2^2} = \cancel{a_1^2 b_1^2} + a_1^2 b_2^2 + a_2^2 b_1^2 + \cancel{a_2^2 b_2^2}$$

$$\Leftrightarrow a_1^2 b_2^2 - 2a_1 b_1 a_2 b_2 + a_2^2 b_1^2 = 0$$

$$(a_1 b_2 - a_2 b_1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0 \quad \Leftrightarrow \vec{a} \text{ et } \vec{b} \text{ sont colinéaires}$$

$$\Leftrightarrow \det(\vec{a}'; \vec{b}') = 0$$

$$\Leftrightarrow \vec{a}' = k \cdot \vec{b}' \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\vec{b}' = k \cdot \vec{a} \quad \vec{a} + \vec{b}' = \begin{pmatrix} a_1 + k a_1 \\ a_2 + k a_2 \end{pmatrix} \quad k > 0$$

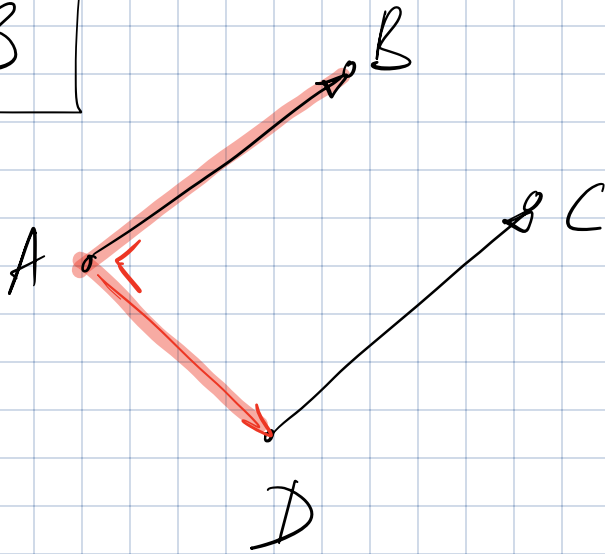
$$\sqrt{(a_1 + k a_1)^2 + (a_2 + k a_2)^2} = \sqrt{(1+k)^2 (a_1^2 + a_2^2)} = |1+k| \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$= \|\vec{a}\| + k \|\vec{a}\| = \|\vec{a}\| + k \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

$$= \|\vec{a}\| + \sqrt{(k a_1)^2 + (k a_2)^2}$$

$$= \|\vec{a}\| + \|k \vec{a}\| = \|\vec{a}\| + \|\vec{b}'\|$$

1.4.13



$$\vec{AB} = k \cdot \vec{DC}$$

$$\vec{AB} \perp \vec{AD}$$