

$$\text{Soit } P(x) = x^7 - 6x^6 + 46x^4 - 45x^3 - 72x^2 + 124x - 48$$

$$\text{On sait que } (x-3) \mid P(x) \Leftrightarrow P(x) = (x-3) \cdot Q(x)$$

$$\Leftrightarrow P(3) = 0$$

(P(3) est le reste de
la division de P(x) par (x-3))

$$\Rightarrow 3^7 - 6 \cdot 3^6 + 46 \cdot 3^4 - 45 \cdot 3^3 - 72 \cdot 3^2 + 124 \cdot 3 - 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow 48 = 3^7 - 6 \cdot 3^6 + 46 \cdot 3^4 - 45 \cdot 3^3 - 72 \cdot 3^2 + 124 \cdot 3$$

$$\Leftrightarrow 48 = 3 \cdot (3^6 - 6 \cdot 3^5 + 46 \cdot 3^3 - 45 \cdot 3^2 - 72 \cdot 3 + 124)$$

$m \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow 48 = 3 \cdot m$$

$$\Rightarrow 3 \mid 48$$

↑
est un diviseur de
divise

Prop. Soit $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

$$= \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

Supposons que $(x-a) \mid P(x)$ ($P(x) = (x-a) \cdot Q(x)$)

et que $a_k \in \mathbb{Z} \quad \forall k \in \{0; \dots; n\}$

Alors $a \mid a_0$ ($a_0 = a \cdot m$ pour $m \in \mathbb{Z}$)

preuve: On sait que $P(a) = 0$. Or a donc

$$a_0 + a_1 a + a_2 a^2 + \dots + a_n a^n = 0$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -a_1 a - a_2 a^2 - \dots - a_n a^n$$

$$\Leftrightarrow a_0 = a \cdot \underbrace{(-a_1 - a_2 a - a_3 a^2 - \dots - a_n a^{n-1})}_m$$

$$\Leftrightarrow a_0 = a \cdot m$$

$$\Leftrightarrow a \mid a_0 \quad a \text{ est un diviseur du terme constant}$$

CQFD