



Thales's: $\frac{\varphi}{1} = \frac{\varphi + 1}{\varphi}$

On obtient l'équation

$$\varphi^2 = \varphi + 1 \Leftrightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Seule la solution positive nous intéresse:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

On peut alors écrire:

$$\varphi = 1 - 1 + \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$= 1 + \frac{1 + \sqrt{5}}{2} - \frac{2}{2}$$

$$= 1 + \frac{1 + \sqrt{5} - 2}{2} = 1 + \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

ce qui fait que

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\frac{2}{\sqrt{5}-1}} = 1 + \frac{1}{\frac{2(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}}$$

$$= 1 + \frac{1}{\frac{2\sqrt{5}+2}{5-1}} = 1 + \frac{1}{\frac{2(\sqrt{5}+1)}{4}}$$

$$= 1 + \frac{1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

On peut itérer ce processus.

Ce qui donne :

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}}$$

$$= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}}}$$

$$= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}}}}$$

$$= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}}}}}}$$