

Méthodes numériques

Exercice 1 (0 points)

Traduire les expressions mathématiques ci-dessous en Python

a) $1/x - x(1 - 1/x)$

b) $\frac{1}{2} \left(\frac{2}{v} + v \right)$

c) $1 + \frac{1}{2}$

d) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$

~~e) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$~~

f) $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2}{x} + x \right) = x \quad \left| \quad \frac{1}{x} + \frac{x}{2} = x \right.$$

$$2 + x^2 = 2x^2$$

$$\boxed{x^2 = 2}$$

$$x_0 \approx \sqrt{2}$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{x_n} + x_n \right)$$

a) $1/x - x * (1 - 1/x)$

b) $1/2 * (2/v + v)$

c) $1 + 1/2$

d) $1 + 1 / (2 + 1 / (2 + 1 / 2))$

e) $1 + 1 / (2 + 1 / (2 + 1 / (2 + 1 / 2)))$

Exercice 2 (0 points)

$$2^2 < 7 < 3^2$$

À l'aide de l'algorithme vu en classe, calculer à la main les trois premières décimales du nombre $\sqrt{7}$. On veillera à écrire toutes les étapes.

7 00 00 00 00	2,645
4	
300	$46 \cdot 6 = 276$
276	
2400	$524 \cdot 4 = 2096$
2096	
30400	$5285 \cdot 5$
26425	

Exercice 3 (0 points)

On donne le code ci-dessous, dans lequel a désigne un entier positif qui n'est pas un carré parfait :

$a = 23$

$x = 1$

```

while x**2 < a:
    x += 1
x = x - 1

```

- Expliquer en une phrase à quoi sert cet extrait de code, tiré de l'algorithme qui permet d'extraire une racine carrée.
- Expliquer le rôle de la dernière ligne de l'extrait de code ci-dessus.
- Quelle est la valeur de la variable x après l'exécution de ce code ?

a) Cela permet de trouver le plus grand $x \in \mathbb{N}$ tq. $x^2 < a$

b) La condition d'arrêt de la boucle fait que $x^2 > a$ au moment de la sortie.
Il faut donc enlever 1 à x pour obtenir la

1C bonne valeur

Beo gyBur

c) $x = 4$

Exercice 4 (0 points)

- a) Ci-dessous, donner la ligne de code Python qui permet de calculer dans le Shell la valeur

$$(20 \cdot 1 + d) d$$

pour d un chiffre quelconque.

- b) Donner ensuite la liste de tous les résultats possibles.
 c) Finalement, écrire une boucle en Python qui fait afficher automatiquement ces valeurs les unes après les autres dans le Shell.
 d) En déduire la première décimale du nombre $\sqrt{2}$, sachant que le reste courant vaut 100.

a) $(20 * 1 + d) * d$ ou $(20 + d) * d$

b) 0 / 21 / 44 / 69 / 96 / 125 / 156 / 189 / 224 / 261

c) $d = 0$

while $d < 10$:

... | $\text{print}((20 * 1 + d) * d)$
 $d = d + 1$

d) Vu que $96 < 100 < 125$
 $\uparrow$ $\uparrow$
 $d=4$ $d=5$

la 1^{ère} décimale de $\sqrt{2}$ est 4.

$$\sqrt{2} \simeq 1,4$$

Exercice 5 (0 points)

- a) Ci-dessous, donner la ligne de code Python qui permet de calculer dans le Shell la valeur

$$(20 \cdot 14 + d) d$$

pour d un chiffre quelconque.

- b) Donner ensuite la liste de tous les résultats possibles.
 c) Finalement, écrire une boucle en Python qui fait afficher automatiquement ces valeurs les unes après les autres dans le Shell.
 d) En déduire la deuxième décimale du nombre $\sqrt{2}$, sachant que le reste courant vaut 400.

a) $(20 * 14 + d) * d$

b) 0 / 281 / 564 / 849 / 1136 / 1425 / 1716 / 2009
 2304 / 2601

c) $d = 0$
 while $d < 10$:
 | print $(20 * 14 + d) * d$
 $d = d + 1$

d) Vu que $281 < 400 < 564$,

la deuxième décimale de $\sqrt{2}$ est 1.

Exercice 6 (0 points)

Soit a un nombre entier positif qui n'est pas un carré parfait. Soit encore x le plus grand entier tel que $x^2 < a$ et d le plus grand chiffre tel que

$$(20 \cdot x + d) \cdot d < (a - x^2) \cdot 100$$

Alors d est le premier chiffre du développement décimal de la racine de a , c'est à dire que

$$x + \frac{d}{10} \simeq \sqrt{a}$$

ce qui signifie plus précisément que

a) $x + \frac{d}{10} < \sqrt{a}$

b) $x + \frac{d+1}{10} > \sqrt{a}$

Donner ci-dessous une preuve de ce fait.

$$\begin{aligned} & (20x + d) \cdot d < (a - x^2) \cdot 100 \\ \Leftrightarrow & \frac{20xd}{100} + \frac{d^2}{100} < 2 - x^2 \\ \Leftrightarrow & 2 \cdot x \cdot \frac{d}{10} + \left(\frac{d}{10}\right)^2 + x^2 < 2 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 2x \cdot \frac{d}{10} + \left(\frac{d}{10}\right)^2 < 2 \Leftrightarrow \left(x + \frac{d}{10}\right)^2 < 2 \\ \text{De même, } & (20x + (d+1)) \cdot (d+1) > (a - x^2) \cdot 100 \\ \Leftrightarrow & \left(x + \frac{d+1}{10}\right)^2 > 2 \\ \Rightarrow & x + \frac{d}{10} < \sqrt{2} < x + \frac{d+1}{10} \\ & \text{et } d \text{ est le premier chiffre de } \sqrt{2}. \end{aligned}$$

CQFD