

Méthodes numériques

Exercice 1 (0 points)

Écrire ci-dessous une boucle qui permet de calculer une approximation de la fraction continue

$$1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\dots}}}}$$

avec un nombre arbitraire d'étapes.

```
n = 100
i = 0
x = 1/2
while i < n:
    . . . | x = 1/(2 + x)
           i = i + 1
x = 1 + x
```

Exercice 2 (0 points)

Écrire ci-dessous une boucle qui permet de calculer une approximation de la fraction continue

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}}$$

avec un nombre arbitraire d'étapes.

```
n = 100
x = 1
i = 0
while i < n:
    . . . | x = 1 + 1/x
           i = i + 1
```

Exercice 3 (0 points)

À l'aide de l'algorithme vu en classe, calculer à la main les quatre premières décimales du nombre $\sqrt{13}$. On veillera à écrire toutes les étapes.

13
9
400
396
40000
36025
397500
360525

3,6055

$3^2 < 13 < 4^2$

$66 \cdot 6 = 396$

7205

72105

Exercice 4 (0 points)

On donne le code ci-dessous :

```
phi = 1
n = 4
i = 0
while i < n:
    phi = 1 + 1/phi
    i += 1
```

- a) Écrire la valeur de `phi` à la sortie de la boucle sous forme d'une fraction continue.
- b) Soit $\varphi \in \mathbb{R}_+$ tel que

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

Donner la valeur exacte de φ .

2)

$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{(1 + \frac{1}{1})}}}$

6)

$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$
 $\varphi_{\pm} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \varphi = \varphi_+ = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Exercice 5 (0 points)

On donne l'extrait de code ci-dessous :

```
n = 4
```

```
x = 2
```

```
i = 0
```

```
while i < n:
    x = 2 + 1/x
    i += 1
    print(x - 1)
```

```
x = 1/2
```

```
i = 0
```

```
while i < n:
    x = 1/(2 + x)
    i += 1
    print(1 + x)
```

Donner, sous la forme d'une fraction continue

- la valeur de x à la fin de la première boucle ;
- la valeur de x à la fin de la seconde boucle.
- Expliquer pourquoi, pour obtenir une approximation de $\sqrt{2}$, il faut *enlever* 1 à la valeur de x après avoir fait tourner la première boucle.
- De même, expliquer pourquoi, pour obtenir une approximation de $\sqrt{2}$, il faut *ajouter* 1 à la valeur de x après avoir fait tourner la seconde boucle.

a) $2 + 1/(2 + 1/(2 + 1/(2 + 1/2)))$

b) $1/(2 + 1/(2 + 1/(2 + 1/(2 + 1/2))))$

c) Car on obtient une fraction du type

$$2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

au lieu de $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} = \sqrt{2}$

d) Car on obtient une fraction de la forme

$\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$ à laquelle il faut ajouter 1 pour obtenir

Exercice 6 (0 points)

Compléter le code ci-dessous avec deux boucles emboîtées qui permettent d'obtenir les n premières décimales de la racine de 13.

```
n = 10
x = 3
j = 0
r = (13 - x*x)*100
```

```
while j < n:
    ...
    d=0
    t=(20*x+d)*d
    while t < r:
        ...
        d=d+1
        t=(20*x+d)*d
        d=d-1
    ...
    t=(20*x+d)*d
    r=(r-t)*100
    x=10*x+d
    j=j+1
```

Exercice 7 (0 points)

Écrire un programme en Python qui fait calculer ~~les n premiers termes~~ de la somme *suivante*

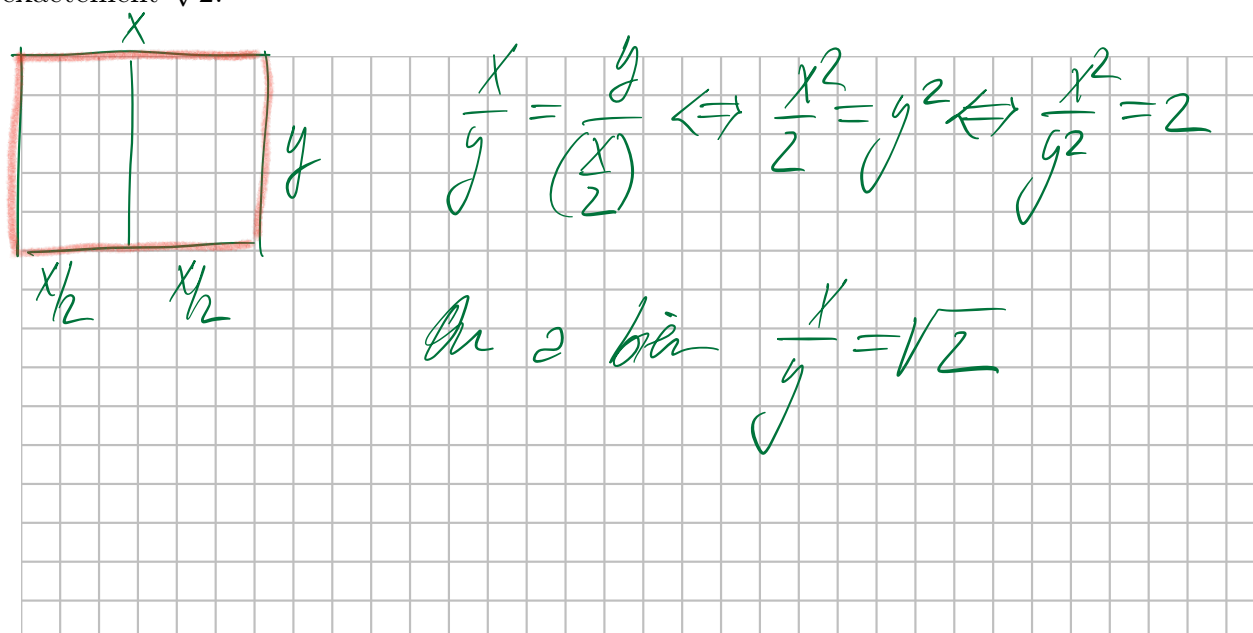
$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \text{ pour tout } n.$$

```
n=20
k=0
S=0
p=1
while k < n:
    ...
    S=S+1/p
    p=p*2
```

Exercice 8 (0 points)

On sait qu'une feuille A5, obtenue en pliant une feuille A4 en deux dans le sens de la largeur, a les mêmes proportions qu'une feuille A4. Soit x la longueur du grand côté de la feuille A4 et y la longueur du petit côté de la même feuille.

Dessiner une figure illustrant le fait décrit ci-dessus et démontrer que le rapport x/y vaut exactement $\sqrt{2}$.

**Exercice 9** (0 points)

On considère un rectangle dans lequel on place le plus grand carré possible et on suppose que le petit rectangle ainsi formé a les mêmes proportions que le rectangle de départ. Soit x la longueur du grand côté de ce rectangle et y la longueur du petit côté du même rectangle. Dessiner une figure illustrant le fait décrit ci-dessus et démontrer que le rapport x/y vaut exactement φ , le nombre d'or.

