$$\boxed{f(x) = \frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3}} = \boxed{\frac{(2x+6)^1(x-5)^1}{(x+1)^1(x-3)^1}}$$

Les zéros sont simples

Avec Viète :

$$2x^2-4x-30=0 \iff x=\frac{4\pm\sqrt{16+240}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{256}}{4}$$

$$=\frac{4\pm16}{4}= \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

$$\boxed{2(x-5)(x+3)=(x-5)(2x+6)}$$

$$x^2-2x-3=0 \iff x=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}= \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$$

$$\boxed{(x-3)(x+1)}$$

$$D_f = \mathbb{R}-\{-1;3\}$$

Zéros : $x=5$

$x=-3$

Signe :

x		-3		-1		3		5	
$f(x)$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$

A.V. A.V.

Il n'y a que des zéros simples au dén. et au num.

$$f(0)=\frac{-30}{-3}=10$$

Asymptotes

$\boxed{\text{A.V.}}$

$$\lim_{x\to -1} f(x) = \lim_{x\to -1} \frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3} = « \frac{2+4-30}{0} » = « \frac{-24}{0} » = \infty$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{A.V en } x=-1}$$

$$\lim_{x\to 3} f(x) = \lim_{x\to 3} \frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3} = « \frac{18-12-30}{0} » = « \frac{-24}{0} » = \infty$$

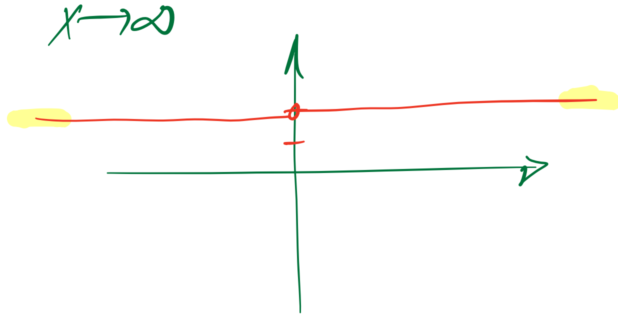
$$\Rightarrow \boxed{\text{A.V. en } x=3}$$

$\boxed{\text{A.H.}}$? $\boxed{x \to \infty}$

$$\lim_{x\to \infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2 \cancel{-4x-30}}{x^2 \cancel{-2x-3}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}} = \lim_{x\to\infty} 2 = 2$$

On a une $\boxed{\text{A.H. en } y=2}$



$$\frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3} \xrightarrow{x\to\infty} \ll \frac{\infty}{\infty} \gg \quad \text{IND}$$

B.-H.

$$\frac{4x-4}{2x-2} \xrightarrow{x\to\infty} \ll \frac{\infty}{\infty} \gg \quad \text{IND}$$

B.-H.

$$\frac{4}{2} \xrightarrow{x\to\infty} 2 \qquad \Rightarrow \lim_{x\to\infty} \frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3} = 2$$

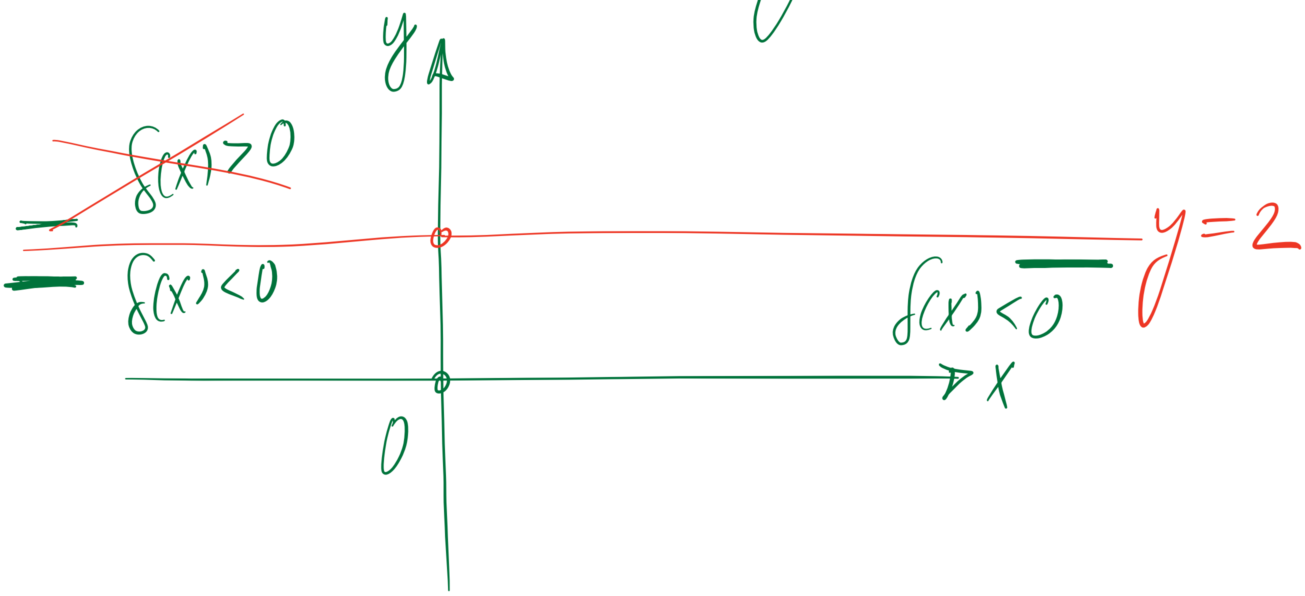
$$\frac{P(x) \to \infty}{Q(x) \to \infty}$$

- $\to 0$ A.H. en $y=0$
- $\to c$ A.H. à $y=c$
- $\to \infty$ A.O.?

△ degrés $=1$ / $P(x)$ est « le grand »

$$\frac{x^3-3}{x^2+2} \quad \text{A.O.} ✓ \qquad \frac{x^2+x+1}{x-1} \quad \text{A.O.} ✓$$

Quelle est la position du graphe relativement à l'A.H. $y=2$?



$$\begin{array}{r|l} 2x^2-4x-30 & x^2-2x-3 \\ \hline 2x^2-4x-6 & 2 \\ \hline -24 & \end{array}$$

$$2x^2-4x-30 = 2\cdot(x^2-2x-3)-24$$

$$\div\ x^2-2x-3$$

$$\frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3} = 2 - \frac{24}{x^2-2x-3}$$

$f(x)$

$= f(x) - 2$

Signe de $f(x) = -\dfrac{24}{x^2-2x-3}$

$$= -\frac{24}{(x+1)(x-3)}$$

$$f(0) = +8 = -\frac{24}{(-3)}$$

	-1		3	
$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$
dessous				dessous

$f(x)$ A.H. en $y = c$

$$g(x) = f(x) - c$$

$$= \frac{2x^2 - 4x - 30}{x^2 - 2x - 3} - 2 = \frac{\cancel{2x^2} \cancel{- 4x} - 30 \cancel{- 2x^2} \cancel{+ 4x} + 6}{x^2 - 2x - 3}$$

$$= \frac{-24}{x^2 - 2x - 3}$$

Dérivée & croissance

d)

$$\left(\frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3}\right)' = \frac{\boxed{(4x-4)(x^2-2x-3)-(2x^2-4x-30)(2x-2)}}{\boxed{(x^2-2x-3)^2}}$$

À factoriser

$(x+1)(x-3)$

À laisser tel quel

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$$

$$= \frac{(4x-4)\boxed{(x+1)(x-3)}-\boxed{(2x+6)(x-5)}(2x-2)}{((x+1)(x-3))^2}$$

$2\cdot 2\,(x+3)(x-5)(x-1)$

$2\cdot 2 = 4$

$$= \frac{4(x-1)(x+1)(x-3) - 2(x+3)(x-5)\cdot 2\cdot(x-1)}{(x+1)^2(x-3)^2}$$

$$\frac{4A-4B}{C} = \frac{4\cdot(A-B)}{C}$$

$$= \frac{\boxed{4\cdot(x-1)}\left[(x+1)(x-3)-(x+3)(x-5)\right]}{(x+1)^2(x-3)^2}$$

$$= \frac{4(x-1)\left(x^2-2x-3-(x^2-2x-15)\right)}{(x+1)^2(x-3)^2} = \frac{48(x-1)}{(x+1)^2(x-3)^2}$$

1 ← chang. de signe

~~chang de signe~~

Zéro de f' : $x=1$

$D_{f'} = \mathbb{R} - \{-1;3\}$

Croissance :

(max., min., paliers)

e)

x		-1		1		3	
signe	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$
variation	$\searrow$	$\|\|$	$\searrow$		$\nearrow$	$\|\|$	$\nearrow$

min

$(1; f(1))$

fonction « de départ »

$$f'(0) = \frac{48\cdot(-1)}{1^2\cdot(-3)^2} = \frac{-48}{9}$$

palier desc.

	0	
	0	
$\searrow$		$\searrow$

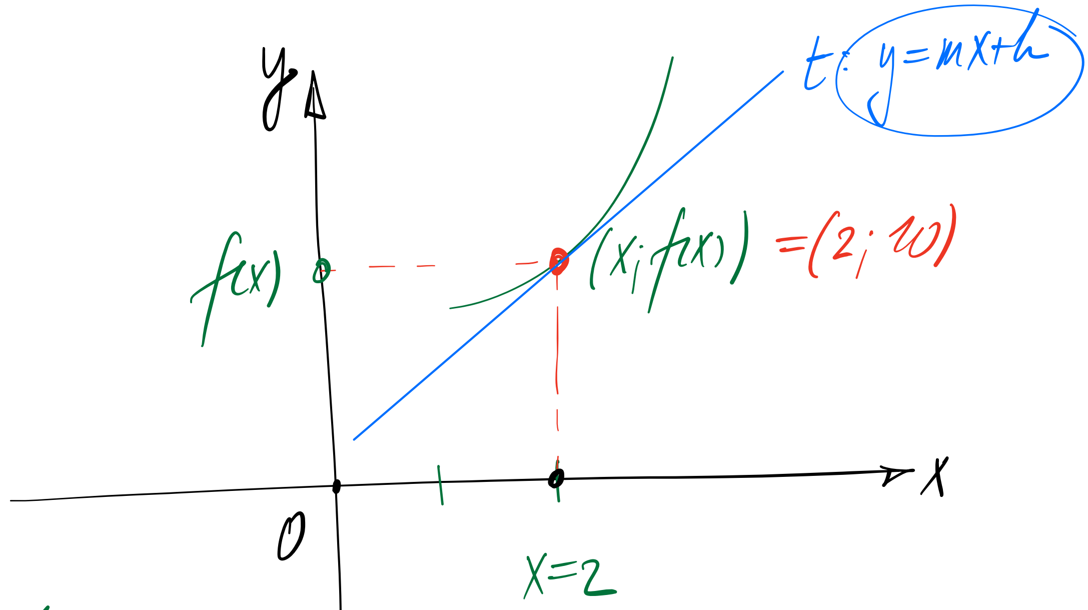
$$\frac{2-4-30}{1-2-3} = -\frac{32}{-4}$$

$$= 8$$

Il y a un min. en $(1;8)$

f) $x=2$

$$f(x)=\frac{2x^2-4x-30}{x^2-2x-3}$$



$$f(2)=\frac{8-8-30}{4-4-3}=10$$

$$m=f'(2)=\frac{48(2-1)}{(4-4-3)^2}=\frac{48\cdot 1}{9}=+\frac{16}{3}$$

pente de la tangente

$$\frac{48(x-1)}{(x+1)^2(x-3)^2}=\frac{48(2-1)}{3^2\cdot(-1)^2}=\frac{48}{9}$$

$t:\ y=\frac{16}{3}x+h$ passe par $(2;10)$

$$10=\frac{16}{3}\cdot 2+h$$

$$h=10-\frac{32}{3}=\frac{30}{3}-\frac{32}{3}=-\frac{2}{3}$$

La tangente cherchée admet pour équation: $y=\frac{16}{3}x-\frac{2}{3}$

$$=5,\bar{3}x-0,\bar{6}$$